Санкт-Петербургский государственный университет
Физический факультет
Кафедра ядерно-физических методов исследования

Сыромятников

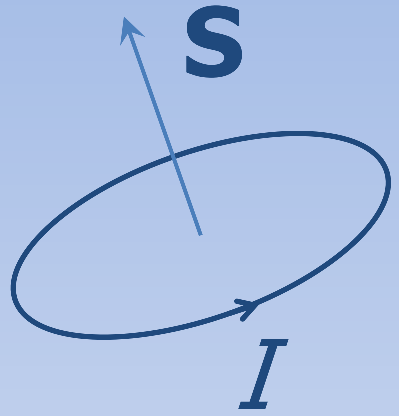
Арсений Владиславович

Физика магнетизма и рассеяние поляризованных и неполяризованных нейтронов

Лекция 1. Магнетизм с точки зрения классической механики. Уровни энергии атома. Атом в магнитном поле. Диамагнетизм. Парамагнетизм Ван Флека.

Магнитный момент и момент количества движения. Классическое рассмотрение.

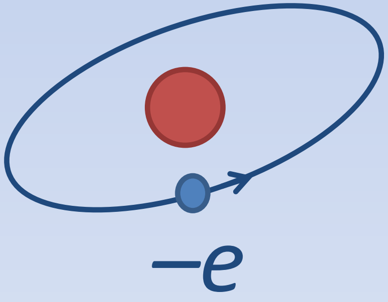
1820 г., А.-М. Ампер: «Магнитные свойства вещества связаны с наличием незатухающих круговых электрических токов».



$$\boldsymbol{\mu} = \frac{1}{c} I\mathbf{S}$$

1911 г., Резерфорд предложил <u>планетарную модель атома</u>

$$I = -\frac{e}{\left(2\pi r / \mathrm{v}\right)}$$



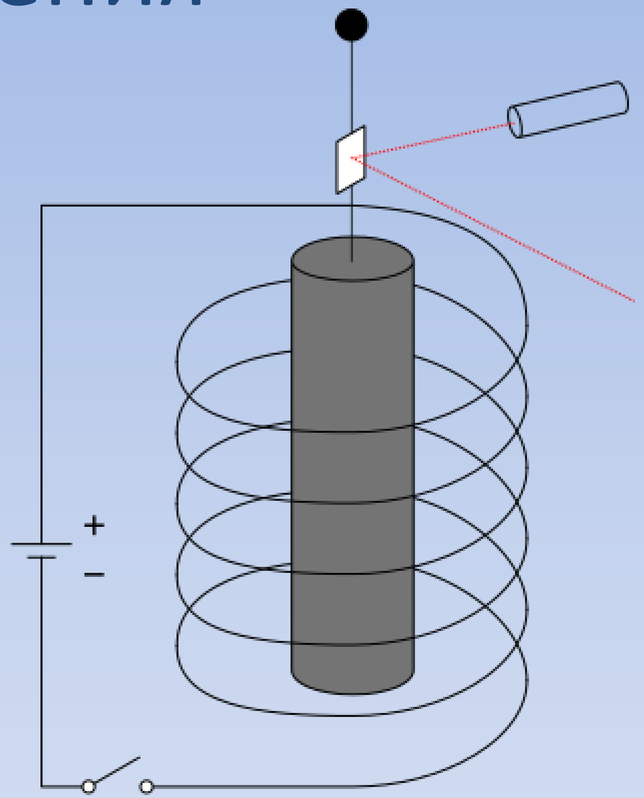
$$\mu = \frac{1}{c}\pi r^2 I = -r\frac{\mathrm{v}e}{2c} = -\frac{e}{2m_e c} L$$

$$L = m_e \mathrm{v} r$$

$$\gamma = -\frac{e}{2m_e c}$$

$$\boxed{\boldsymbol{\mu} = \gamma \mathbf{L}}$$

Связь магнитного момента с моментом количества движения



Эффект Эйнштейна – де Гааза (1915 г.)

Эффект Барнетта (1909 г.)

Теорема Бора-ван Лёвен

$$\mathbf{F} = q\left(\mathbf{E} + \frac{1}{c}[\mathbf{v}\times\mathbf{B}]\right) \qquad \mathbf{B} = [\nabla\times\mathbf{A}] \qquad \mathbf{E} = -\nabla U - \frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}$$

$$\mathbf{F} = m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -q\nabla U - \frac{q}{c}\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} + \frac{q}{c}\left[\mathbf{v}\times[\nabla\times\mathbf{A}]\right]$$

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -q\nabla U - \frac{q}{c}\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} + \frac{q}{c}\nabla(\mathbf{vA}) - \frac{q}{c}(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{A}$$

$$\frac{d\mathbf{A}}{dt} = \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{A}$$

$$\frac{d}{dt}\left(m\mathbf{v} + \frac{q}{c}\mathbf{A}\right) = -\nabla\left(qU - \frac{q}{c}(\mathbf{vA})\right)$$

$$\mathcal{L} = T - U = \frac{m\mathrm{v}^2}{2} - qU + \frac{q}{c}(\mathbf{vA}) \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\mathrm{v}_i} = p_i = m\mathrm{v}_i + \frac{q}{c}A_i$$

$$\boxed{\mathcal{H} = \sum_i p_i\mathrm{v}_i - \mathcal{L} = \frac{m\mathrm{v}^2}{2} + qU = \frac{1}{2m}\left(\mathbf{p} - \frac{q}{c}\mathbf{A}\right)^2 + qU}$$

$$dE = TdS - pdV - MdH$$

$$F = E - TS$$

$$dF = -SdT - pdV - MdH \qquad \Rightarrow \qquad M = -\left(\frac{\partial F}{\partial H}\right)_{T,V}$$

$$P_i = \frac{1}{Z} e^{-E_i/T} \qquad \sum_i P_i = 1$$

$$Z = \sum_i e^{-E_i/T} = \int\int\ldots\int d\mathbf{r}_1\ldots d\mathbf{r}_N d\mathbf{p}_1\ldots d\mathbf{p}_N e^{-E\left(\{\mathbf{r}_i,\mathbf{p}_i\}\right)/T}$$

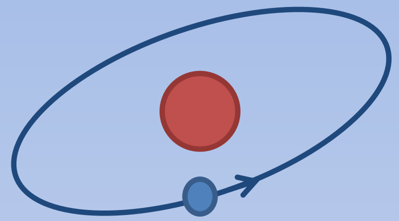
$$F = -NT\ln\left(Z\right)$$

$$\boxed{M = -\left(\frac{\partial F}{\partial H}\right)_{T,V} = 0}$$

Модель атома Бора. Магнетон Бора.

$$I = -\frac{e}{(2\pi r / \mathrm{v})}$$

$$\mu = \frac{1}{c}\pi r^2 I = -r\frac{\mathrm{v}e}{2c} = -\frac{en\hbar}{2m_e c} \equiv -n\mu_B$$



$$\boxed{L = m_e \mathrm{v} r = n\hbar}$$

$$\gamma = -\frac{e}{2m_e c}$$

$$E_n = -\frac{mZ^2 e^4}{2\hbar^2 n^2}$$

$$\boxed{\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c}}$$

Упражнение. Получить формулу для E_n, пользуясь только классическими соотношениями и считая, что $L=n\hbar$.

$$l = 0, 1, 2, \ldots, n-1 \qquad m_l = -l, -l+1, \ldots, l-1, l$$

Состояния электронов в атоме

Орбитальный магнитный момент ***l***

$$l, \qquad m_l$$

$$l^2 = l\left(l+1\right)\hbar^2$$

$$l_z = m_l\hbar$$

Собственный магнитный момент электрона (спин) ***s***

$$s = \frac{1}{2}, \qquad m_s = \pm\frac{1}{2}$$

$$s^2 = s\left(s+1\right)\hbar^2 = \frac{3}{4}\hbar^2$$

$$s_z = m_s\hbar$$

$$\boxed{n \quad l \quad m_l \quad m_s}$$

	s	p	d	f	g
l	0	1	2	3	4

Z	Элемент	$1s$	$2s$	$2p$	$3s$	$3p$	$3d$	$4s$	$4p$	$4d$	$4f$	$5s$	$5p$	$5d$	$5f$	$6s$	$6p$	$6d$	$7s$	Терм основного состояния
1	H	1																		$^2S_{1/2}$
2	He	2																		$^1S_0$
3	Li	2	1																	$^2S_{1/2}$
4	Be	2	2																	$^1S_0$
5	B	2	2	1																$^2P_{1/2}$
6	C	2	2	2																$^3P_0$
7	N	2	2	3																$^4P_{3/2}$
8	O	2	2	4																$^3P_2$
9	F	2	2	5																$^2P_{3/2}$
10	Ne	2	2	6																$^1S_0$
11	Na	2	2	6	1															$^2S_{1/2}$
12	Mg	2	2	6	2															$^1S_0$
13	Al	2	2	6	2	1														$^2P_{1/2}$
14	Si	2	2	6	2	2														$^3P_0$
15	P	2	2	6	2	3														$^4S_{3/2}$
16	S	2	2	6	2	4														$^3P_2$
17	Cl	2	2	6	2	5														$^2P_{3/2}$
18	Ar	2	2	6	2	6														$^1S_0$
19	K	2	2	6	2	6		1												$^2S_{1/2}$
20	Ca	2	2	6	2	6		2												$^1S_0$
21	Sc	2	2	6	2	6	1	2												$^3D_{3/2}$
22	Ti	2	2	6	2	6	2	2												$^3F_2$
23	V	2	2	6	2	6	3	2												$^4F_{3/2}$
24	Cr	2	2	6	2	6	5	1												$^7S_3$
25	Mn	2	2	6	2	6	5	2												$^6S_5$
26	Fe	2	2	6	2	6	6	2												$^5D_4$
27	Co	2	2	6	2	6	7	2												$^4F_{9/2}$
28	Ni	2	2	6	2	6	8	2												$^3F_4$

K: ($1s^2$, $2s^2$, $2p^6$, $3s^2$, $3p^6$, $4s^1$)

Уровни энергии атома. Тонкая структура уровней.

$$\boxed{\mathbf{L} = \sum_i \mathbf{l}_i \qquad \mathbf{S} = \sum_i \mathbf{s}_i}$$

спин-орбитальное взаимодействие $\lambda(\mathbf{LS})$ (L-S-связь)

$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}:\quad J = (L+S),\ldots,|L-S|$ $\qquad \lambda \sim Z^2$

$$m_J = -J, -J+1, \ldots, J-1, J$$

$$\mathbf{J}^2 = \mathbf{L}^2 + \mathbf{S}^2 + 2(\mathbf{LS})$$

$$\langle \lambda(\mathbf{LS}) \rangle = \frac{\lambda}{2}\left(J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)\right)$$

$$E(J) - E(J-1) = \lambda J$$

$$\boxed{{}^{2S+1}L_J}$$

L	0	1	2	3	4	5
Буквенные обозначения	S	P	D	F	Q	H

<u>Пример</u>: ${}^2P_{3/2}$ это $L = 1,\ S = \dfrac{1}{2},\ J = \dfrac{3}{2}$

Основное состояние атома. Правила Хунда.

1. Расположить электроны в заданной конфигурации так, чтобы S было максимальным
2. Выбрать состояние с максимальным L
3. $J=|L-S|$, если оболочка заполнена менее, чем наполовину, и

   $J=|L+S|$ в противном случае

Правила 1 и 2 – минимизация энергии кулоновского вз-я между электронами, правило 3 – минимизация энергии спин-орбитального вз-я

<u>Упражнение</u>. Пользуясь правилами Хунда, показать, что термом основного состояния атома Dy (1s^2, 2s^2, 2p^6, 3s^2, 3p^6, 3d^{10}, 4s^2, 4p^6, 4d^{10}, 4f^{10}, 5s^2, 5p^6, 6s^2) является $^5I_8$.

Атом в магнитном поле

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2m}\sum_i\left(\hat{\mathbf{p}}_i + \frac{e}{c}\mathbf{A}_i\right)^2 + U + g\frac{e\hbar}{2mc}\mathbf{H}\sum_i \mathbf{s}_i \qquad \mathbf{A}_i = \frac{[\mathbf{H}\times\mathbf{r}_i]}{2}$$

$$\boxed{g \approx 2}$$

$$\left[\hat{p}_j^\alpha, r_j^\beta\right] = -i\hbar\delta_{\alpha\beta} \qquad [\hat{\mathbf{p}}_i, \mathbf{A}_i] = 0$$

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \frac{e}{mc}\sum_i \mathbf{A}_i\hat{\mathbf{p}}_i + g\frac{e\hbar}{2mc}\mathbf{H}\sum_i \mathbf{s}_i + \frac{e^2}{2mc^2}\sum_i \mathbf{A}_i^2 =$$

$$= \mathcal{H}_0 + \frac{e}{2mc}\mathbf{H}\sum_i\left([\mathbf{r}_i\times\hat{\mathbf{p}}_i] + g\hbar\mathbf{s}_i\right) + \frac{e^2}{2mc^2}\sum_i \mathbf{A}_i^2$$

$$[\mathbf{r}_i\times\hat{\mathbf{p}}_i] = \hbar\mathbf{l}_i \qquad \mathbf{L} = \sum_i \mathbf{l}_i \qquad \mathbf{S} = \sum_i \mathbf{s}_i$$

$$\boxed{\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mu_B\mathbf{H}(\mathbf{L} + g\mathbf{S}) + \frac{e^2}{2mc^2}\sum_i \mathbf{A}_i^2}$$

$$\boxed{\hat{\boldsymbol{\mu}}_{am} = -\mu_B(\mathbf{L} + g\mathbf{S})}$$

Магнитный момент атома. Фактор Ланде.

$$\mu_J = \mu_L \cos\varphi_{LJ} + \mu_S \cos\varphi_{SJ}$$

$$\mu_L = \mu_B \sqrt{L(L+1)}$$

$$\mu_S = 2\mu_B \sqrt{S(S+1)}$$

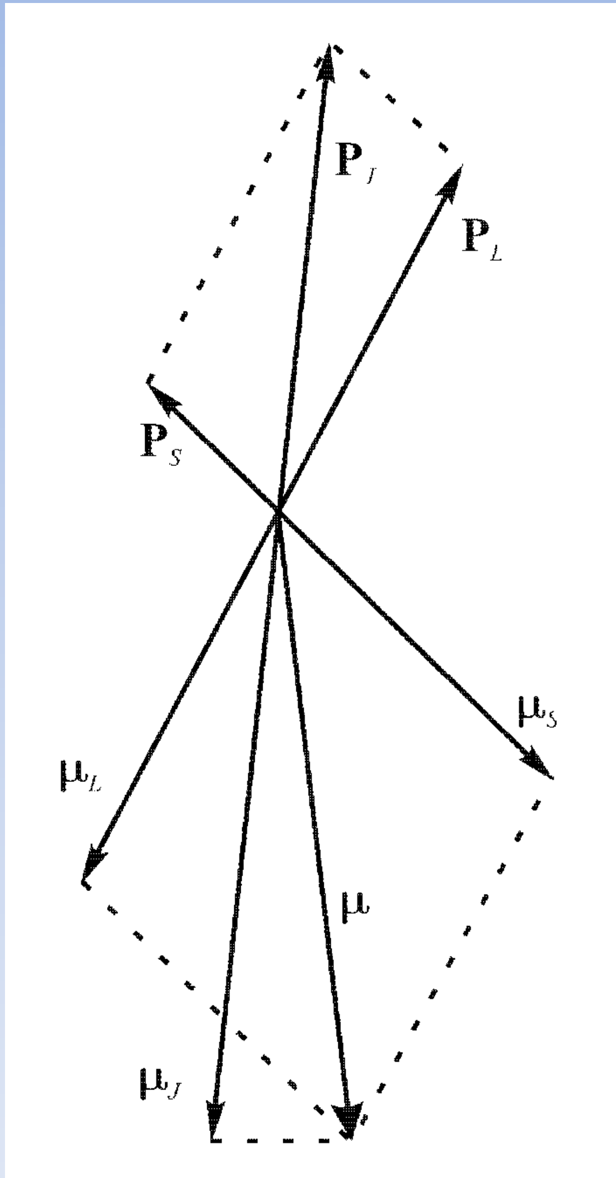
$$\cos\varphi_{LJ} = \frac{L(L+1)+J(J+1)-S(S+1)}{2\sqrt{L(L+1)}\sqrt{J(J+1)}}$$

$$\cos\varphi_{SJ} = \frac{S(S+1)+J(J+1)-L(L+1)}{2\sqrt{S(S+1)}\sqrt{J(J+1)}}$$

$$\mu_J = g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)}$$

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1)+S(S+1)-L(L+1)}{2J(J+1)}$$

$$\mu_{JH} = -g_J m_J \mu_B$$

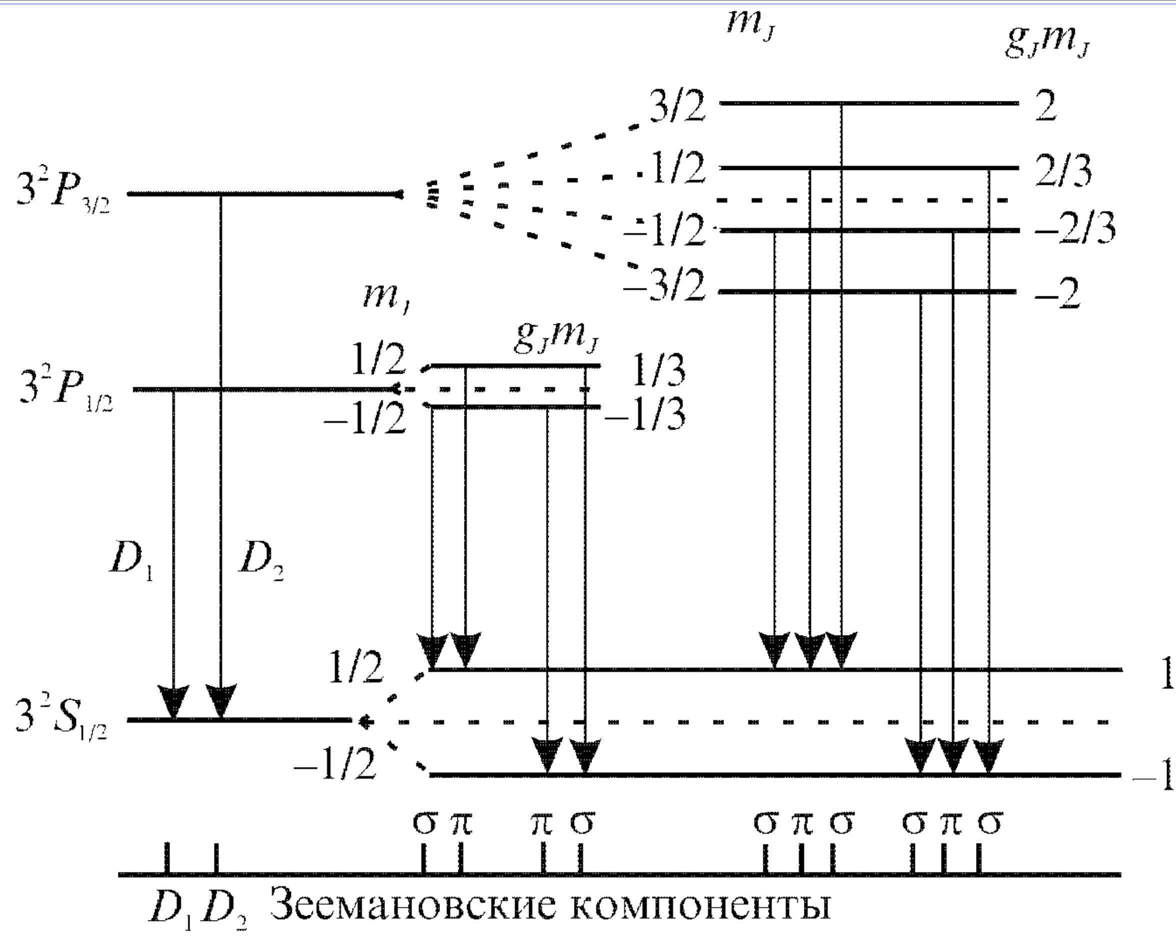


Эффект Зеемана

Na

Терм	L	S	J	g	m_J	gm_J
$3^2S_{1/2}$	0	1/2	1/2	2	1/2; −1/2	1; −1
$3^2P_{1/2}$	1	1/2	1/2	2/3	1/2; −1/2	1/3; −1/3
$3^2P_{3/2}$	1	1/2	3/2	4/3	3/2; 1/2; −1/2; −3/2	2; 2/3; −2/3; −2

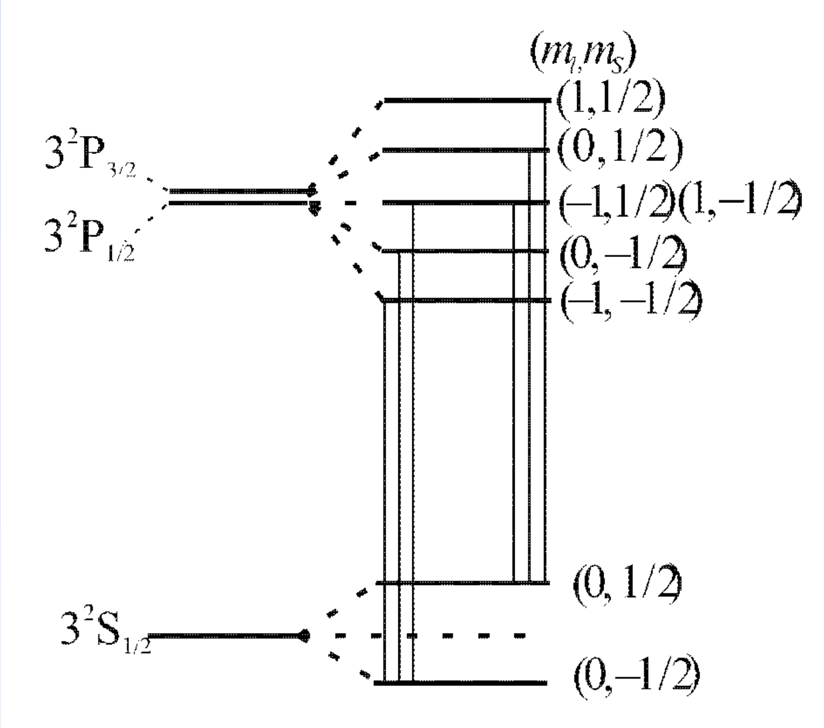
$$E_Z = -\mu_{JH} H = g_J m_J \mu_B H$$



Эффект Пашена-Бака (сильное магнитное поле)

$$E_H = E_{HL} + E_{HS} + E_{s-o} = \left(m_L + g m_S\right)\mu_B H + \lambda m_L m_S$$

Na



Диамагнетизм

$$\boxed{S = L = 0}$$

ОС сферически симметрично

$$\Delta E = \frac{e^2}{8mc^2}\sum_i \overline{[\mathbf{H}\times\mathbf{r}_i]^2} = \frac{e^2}{8mc^2}H^2\sum_i \overline{x_i^2 + y_i^2} = \frac{e^2}{12mc^2}H^2\sum_i \overline{\mathbf{r}_i^2}$$

$$\left(\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial H}\right)_{nn} = \frac{\partial E_n}{\partial H}$$

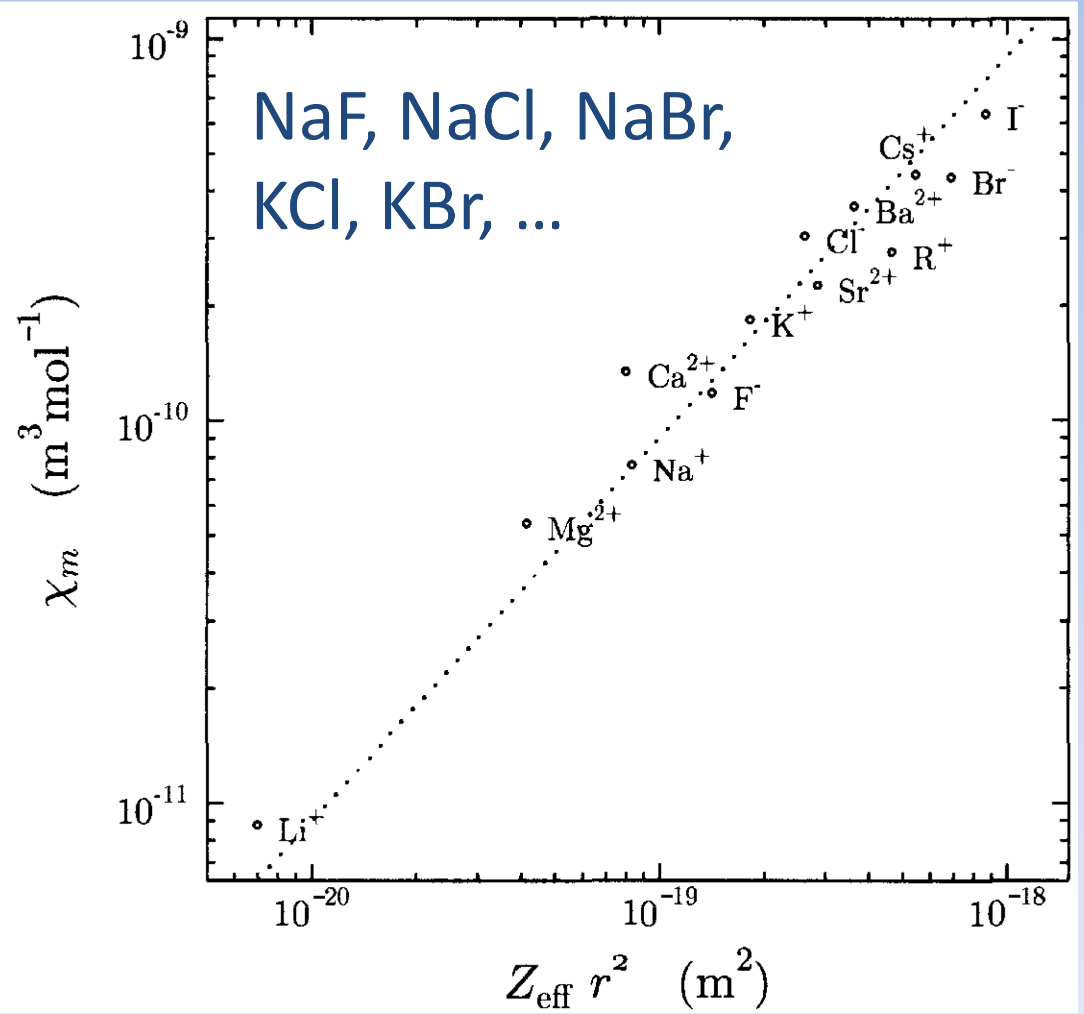
$$\overline{\mu_z} = -\frac{\partial\Delta E}{\partial H}$$

$$M = n\overline{\mu_z} = \chi H$$

$$\boxed{\chi = -\frac{ne^2}{6mc^2}\sum_i \overline{\mathbf{r}_i^2} < 0}$$

формула

Ланжевена (1905 г.)



Магнитная левитация

$$\Delta E = -\frac{\chi}{2} H^2$$

$$\mathbf{F} = \frac{\chi}{2} \overline{\nabla} H^2 = \rho \mathbf{g} \qquad \Rightarrow \qquad H \sim 10\ T$$

Парамагнетизм Ван Флека

$$\boxed{J = 0 \qquad S = L \neq 0}$$

$$\Delta E = \sum_n \frac{\left|\langle 0|\mathbf{H\mu}_{am}|n\rangle\right|^2}{E_0 - E_n} < 0$$

$$\overline{\mu_z} = -\frac{\partial \Delta E}{\partial H}$$

$$M = n\overline{\mu_z} = \chi H \qquad \boxed{\chi > 0}$$

Пример: вещества, содержащие $Pr^{3+}, Tm^{3+}, Tb^{3+}, Ho^{3+}, Sm^{3+}, Eu^{3+}$ (ванфлековские парамагнетики).

Eu^{3+} : $E_1 - E_0 \approx 40$ meV ≈ 400 K

$\chi = const \sim 10^{-2}$ при T<100 K