



Санкт-Петербургский государственный университет  
Физический факультет  
Кафедра ядерно-физических методов исследования



Сыромятников

Арсений Владиславович

*Физика магнетизма и  
рассеяние поляризованных и  
неполяризованных нейтронов*

Лекция 11. Электронный газ в неоднородном магнитном поле. Взаимодействие РККИ. Элементарные возбуждения электронного газа. Эффект Кондо.

# Электронный газ в пространственно неоднородном магнитном поле

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r}' \chi(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \mathbf{H}(\mathbf{r}')$$

$$\mathbf{H}_{\mathbf{q}} = \int d\mathbf{r} \mathbf{H}(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{q} \mathbf{H}_{\mathbf{q}} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}$$

$$\mathbf{M}_{\mathbf{q}} = \chi_{\mathbf{q}} \mathbf{H}_{\mathbf{q}}$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_{\mathbf{q}} \cos(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r})$$

$$\mathcal{H}_Z = \frac{g\mu_B}{2} (\mathbf{H}(\mathbf{r}) \cdot \boldsymbol{\sigma}) = \frac{g\mu_B}{2} \sigma_z |\mathbf{H}_{\mathbf{q}}| \cos(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r})$$

$$\psi_{\mathbf{k},\pm}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} |\pm\rangle$$

$$\psi_n = \psi_n^{(0)} + \sum_{j \neq n} a_j \varphi_j^{(0)}$$

$$a_j = \frac{U_{jn}}{E_n - E_j}$$

$$\psi_{\mathbf{k},\pm}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \left( e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \pm \frac{g\mu_B}{4} H_{\mathbf{q}} \left[ \frac{e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{q})\cdot\mathbf{r}}}{E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - E_{\mathbf{k}}} + \frac{e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{q})\cdot\mathbf{r}}}{E_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} - E_{\mathbf{k}}} \right] \right) |\pm\rangle$$

$$E_{\mathbf{k}} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

$$|\psi_{\mathbf{k},\pm}(\mathbf{r})|^2 = \frac{1}{V} \left( 1 \pm \frac{g\mu_B m}{\hbar^2} H_{\mathbf{q}} \left[ \frac{1}{(\mathbf{k} + \mathbf{q})^2 - k^2} + \frac{1}{(\mathbf{k} - \mathbf{q})^2 - k^2} \right] \cos(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) \right)$$

$$M(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{k}} \frac{g\mu_B}{2} \left( |\psi_{\mathbf{k},+}(\mathbf{r})|^2 - |\psi_{\mathbf{k},-}(\mathbf{r})|^2 \right)$$

$$= \frac{(g\mu_B)^2 m}{\hbar^2 V} H_{\mathbf{q}} \cos(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) \frac{V}{(2\pi)^3} \int_{k < k_F} d\mathbf{k} \left( \frac{1}{(\mathbf{k} + \mathbf{q})^2 - k^2} + \frac{1}{(\mathbf{k} - \mathbf{q})^2 - k^2} \right)$$

$$\int_{k < k_F} \frac{d\mathbf{k}}{(\mathbf{k} + \mathbf{q})^2 - k^2} = 2\pi \int_0^{k_F} dk k^2 \int_0^\pi \frac{\sin \theta d\theta}{q(q - 2k \cos \theta)} = \frac{\pi}{q} \int_0^{k_F} dk k \ln \left| \frac{q + 2k}{q - 2k} \right|$$

$$= \frac{\pi k_F}{2} \left( 1 + \frac{4k_F^2 - q^2}{4k_F q} \ln \left| \frac{q + 2k_F}{q - 2k_F} \right| \right)$$

$$\chi_{\mathbf{q}} = \chi_P f \left( \frac{q}{2k_F} \right)$$

$$M(\mathbf{r}) = M_{\mathbf{q}} \cos(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r})$$

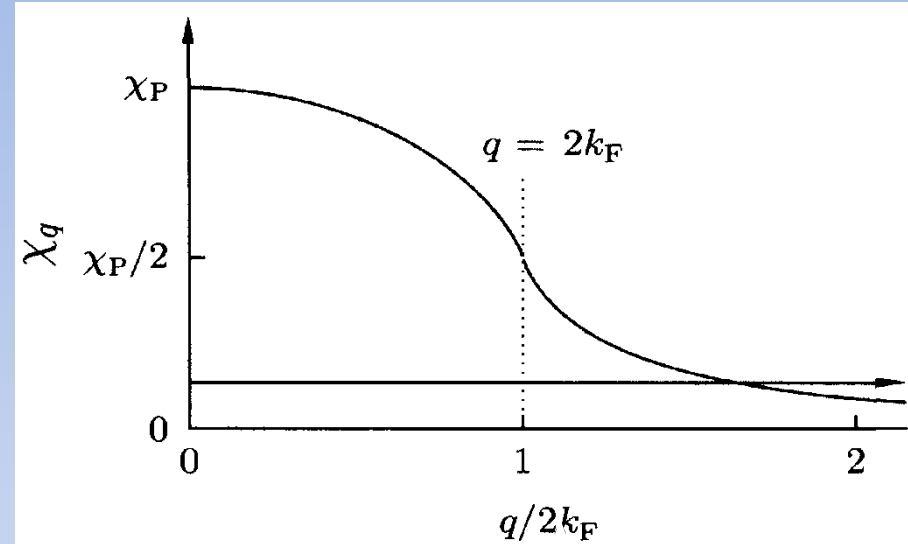
$$f(x) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1 - x^2}{2x} \ln \left| \frac{x + 1}{x - 1} \right| \right)$$

# Магнитная восприимчивость электронного газа

Парамагнитный вклад

$$\chi_q = \chi_P f\left(\frac{q}{2k_F}\right)$$

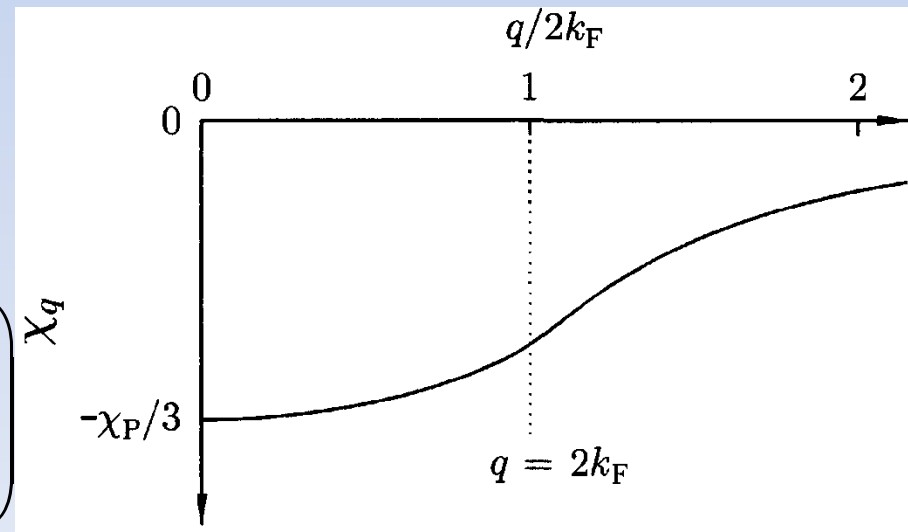
$$f(x) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1-x^2}{2x} \ln \left| \frac{x+1}{x-1} \right| \right)$$



Диамангнитный вклад

$$\chi_q = \chi_L u\left(\frac{q}{2k_F}\right)$$

$$u(x) = \frac{3}{8x^2} \left( 1 + \frac{1}{x^2} - \frac{(1-x^2)^2}{2x} \ln \left| \frac{x+1}{x-1} \right| \right)$$



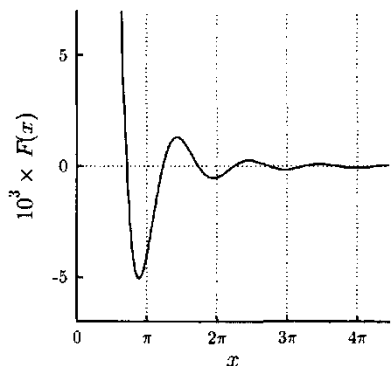
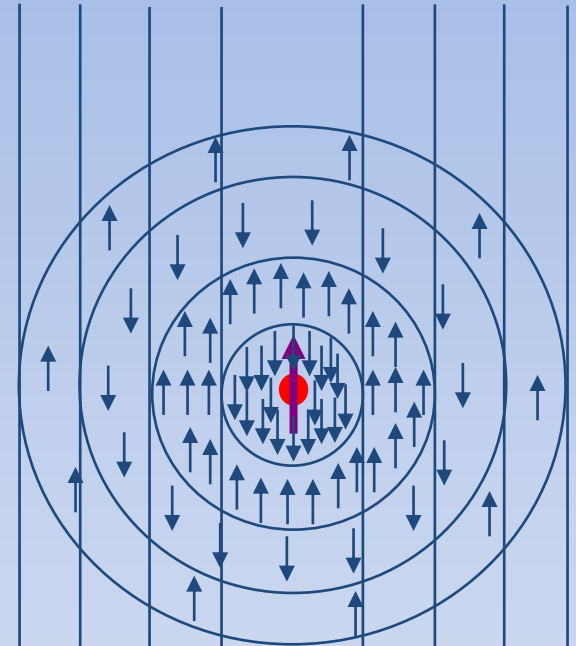
# Взаимодействие РККИ (RKKY, Ruderman, Kittel, Kasuya, Yosida)

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \delta(\mathbf{r}) \mathbf{H} = \frac{\mathbf{H}}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{q} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}$$

$$\chi(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{q} \chi_{\mathbf{q}} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{q} \chi_{\mathbf{q}} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}$$

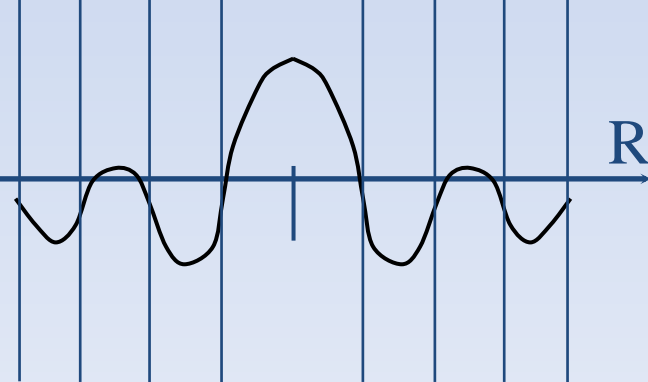
$$= \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{q} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \frac{\chi_P}{2} \left( 1 + \frac{4k_F^2 - q^2}{4k_F q} \ln \left| \frac{q + 2k_F}{q - 2k_F} \right| \right)$$

$$\chi(\mathbf{r}) = \frac{2k_F^3 \chi_P}{\pi} F(2k_F r)$$



Спиновая  
ПЛОТНОСТЬ

$$F(x) = \frac{-x \cos x + \sin x}{x^4}$$



# Волна спиновой плотности

$$\chi_{\mathbf{q}}^{(0)} = \frac{(g\mu_B)^2}{2 \cdot 2\pi} \int_{k < k_F} d\mathbf{k} \left( \frac{1}{E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - E_{\mathbf{k}}} + \frac{1}{E_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} - E_{\mathbf{k}}} \right) = \frac{\mu_B^2}{\pi} \int d\mathbf{k} \frac{n_F(E_{\mathbf{k}}) - n_F(E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}})}{E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - E_{\mathbf{k}}}$$

$$H_{\mathbf{q}}^{mf} = \lambda M_{\mathbf{q}}$$

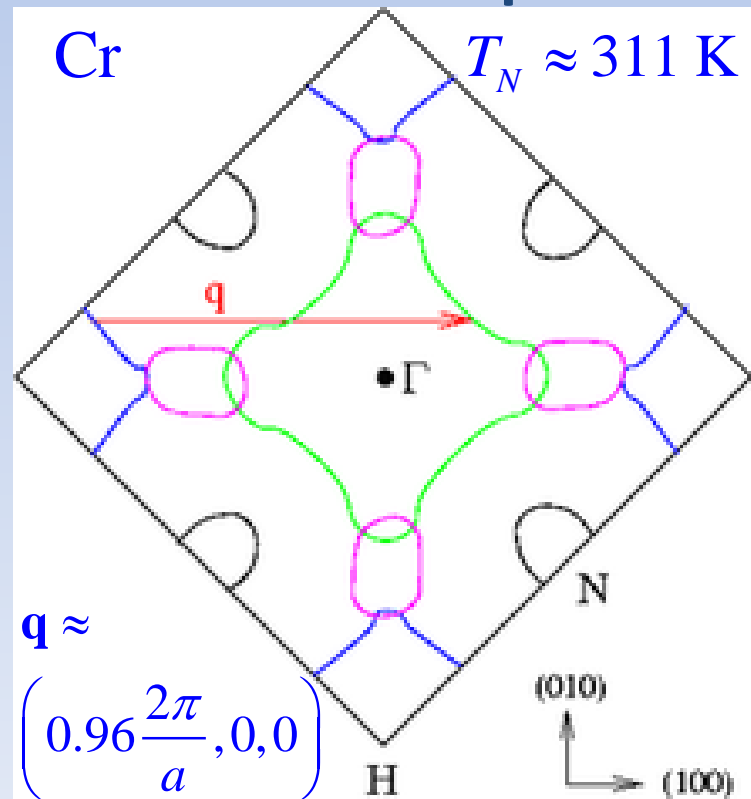
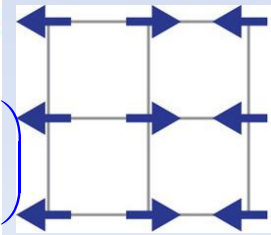
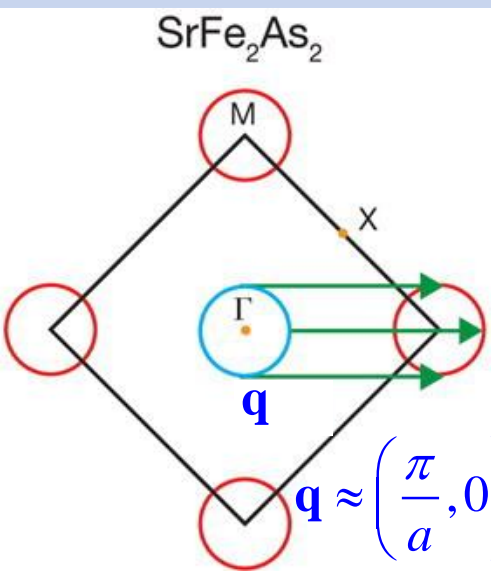
$$M_{\mathbf{q}} = \chi_{\mathbf{q}}^{(0)} H_{\mathbf{q}}^{eff} = \chi_{\mathbf{q}}^{(0)} (H_{\mathbf{q}} + H_{\mathbf{q}}^{mf}) = \chi_{\mathbf{q}}^{(0)} (H_{\mathbf{q}} + \lambda M_{\mathbf{q}})$$

$$M_{\mathbf{q}} = \frac{\chi_{\mathbf{q}}^{(0)}}{1 - \lambda \chi_{\mathbf{q}}^{(0)}} H_{\mathbf{q}} \quad \Rightarrow \quad \chi_{\mathbf{q}} = \frac{\chi_{\mathbf{q}}^{(0)}}{1 - \lambda \chi_{\mathbf{q}}^{(0)}}$$

$$= \frac{\chi_P f(q/2k_F)}{1 - \lambda \chi_P f(q/2k_F)}$$

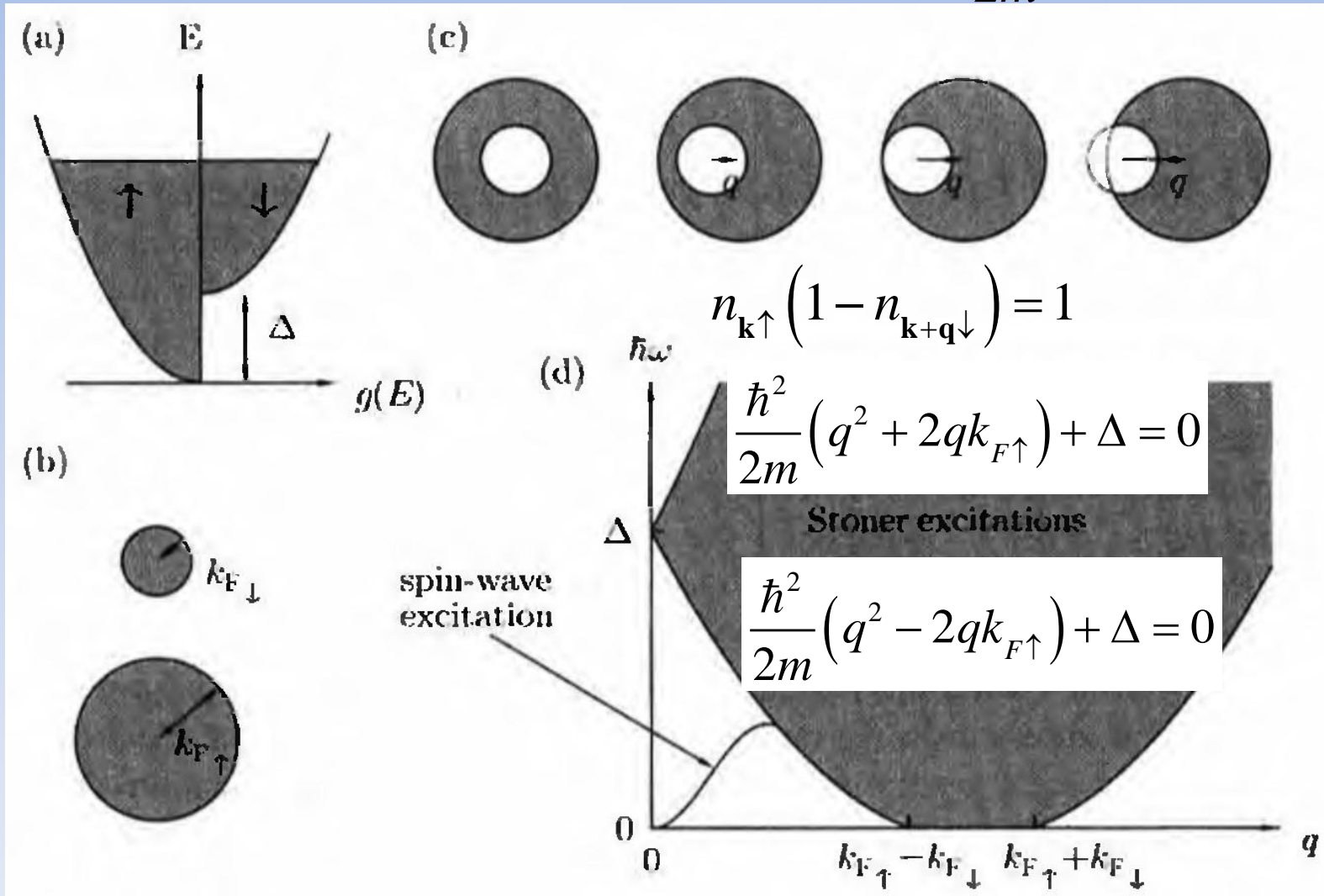
$$= \frac{\mu_B^2 g(E_F) f(q/2k_F)}{1 - U g(E_F) f(q/2k_F)}$$

Нестинг  
Ферми-  
поверхности



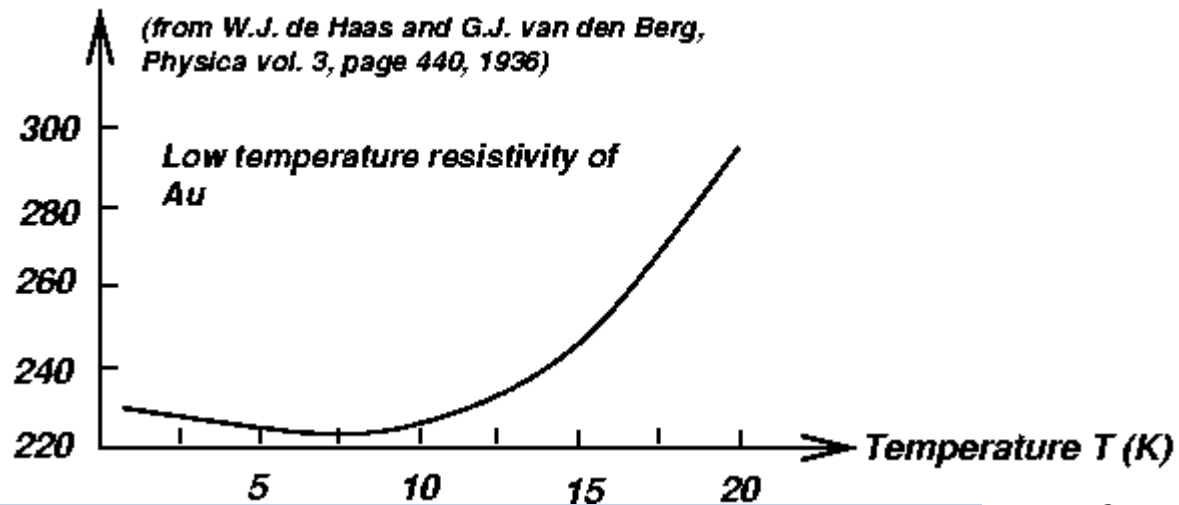
# Элементарные возбуждения электронного газа

$$\hbar\omega = E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - E_{\mathbf{k}} + \Delta \quad E_{\mathbf{k}} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$



# Эффект Кондо

Resistance/Resistance(T=0 Celsius) x 10000



$$\rho(T) = \rho_0 + aT^2 + c_m \ln \frac{\mu}{T} + bT^5,$$

