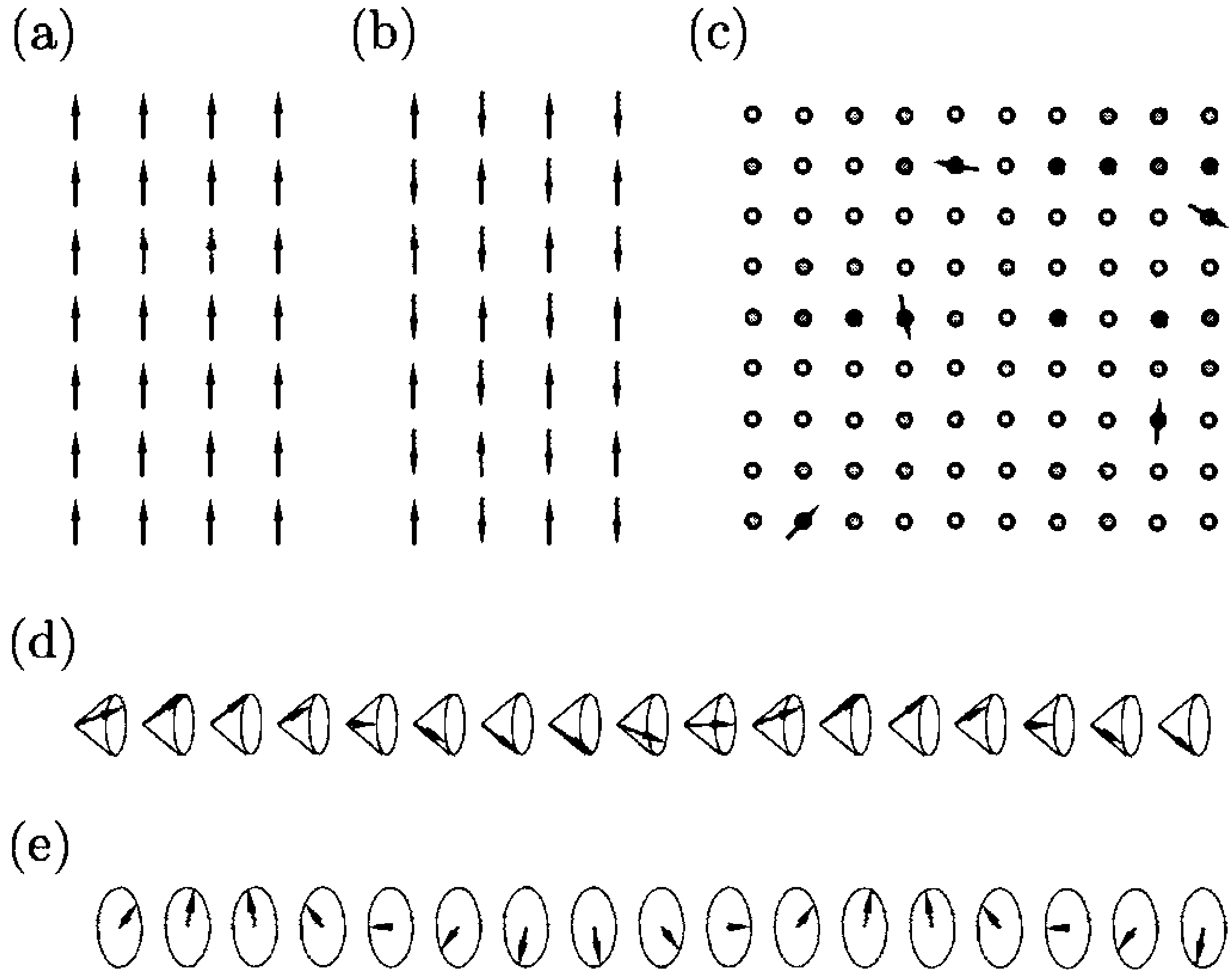
Санкт-Петербургский государственный университет
Физический факультет
Кафедра ядерно-физических методов исследования

Сыромятников

Арсений Владиславович

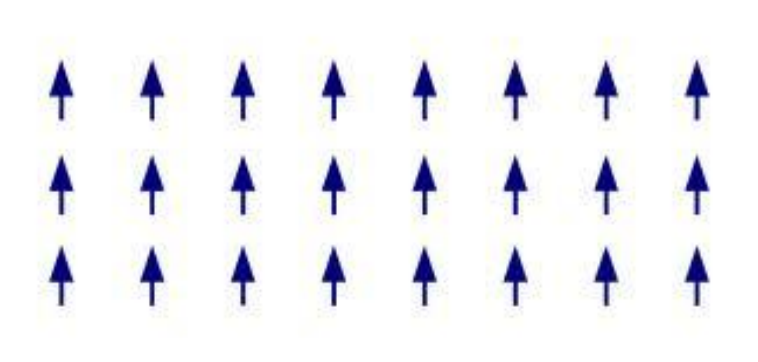
Физика магнетизма и рассеяние поляризованных и неполяризованных нейтронов

Лекция 6. Магнитный порядок и магнитные структуры. Ферромагнетизм.



(a)
(b)
(c)
(d)
(e)

Ферромагнетизм. Модель Вейсса.



$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2}\sum_{i\neq j} J_{ij}\left(\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j\right) + g\mu_B \sum_i \left(\mathbf{H}\cdot\mathbf{S}_i\right)$$

$$\mathbf{H}_{mf} = -\frac{1}{g\mu_B}\sum_j J_{ij}\mathbf{S}_j$$

$$\mathcal{H} = -\sum_i \mathbf{S}_i \cdot \sum_{j\neq i} J_{ij}\mathbf{S}_j + g\mu_B \sum_i \left(\mathbf{H}\cdot\mathbf{S}_i\right) \xrightarrow[\text{Вейсса}]{\text{модель}} g\mu_B \sum_i \left(\mathbf{H} + \mathbf{H}_{mf}\right)\cdot\mathbf{S}_i$$

$$\mathbf{H}_{mf} = \lambda\mathbf{M}$$

$$\frac{M}{M_S} = B_S(y) = \frac{2S+1}{2S}\coth\left(\frac{2S+1}{2S}y\right) - \frac{1}{2S}\coth\left(\frac{y}{2S}\right)$$

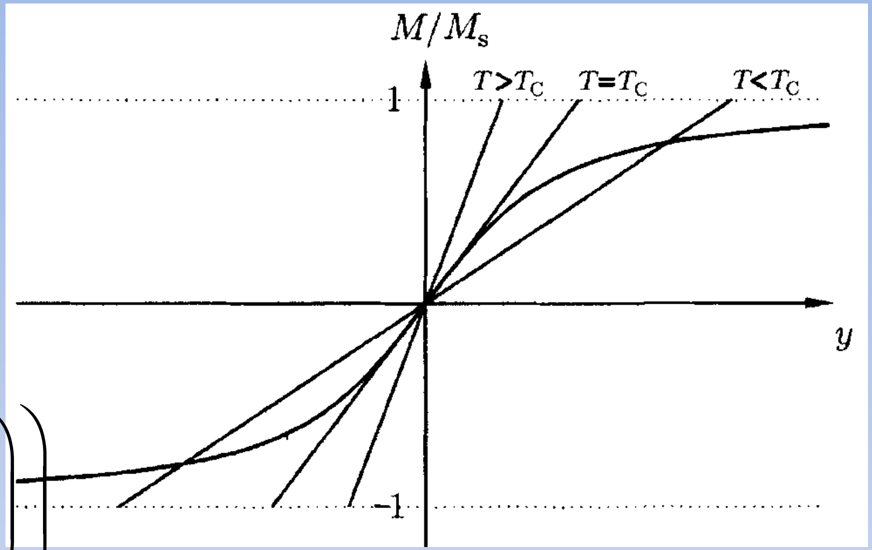
$$\boxed{J = S}$$

$$y = \frac{g\mu_B S\left(H + \lambda M\right)}{k_B T}$$

Модель ферромагнетика Вейсса

$\underline{H = 0}$

$$\frac{M}{M_S} = B_S(y) \qquad M = \frac{k_B T}{g\mu_B S\lambda} y$$



$\underline{T < T_C}$

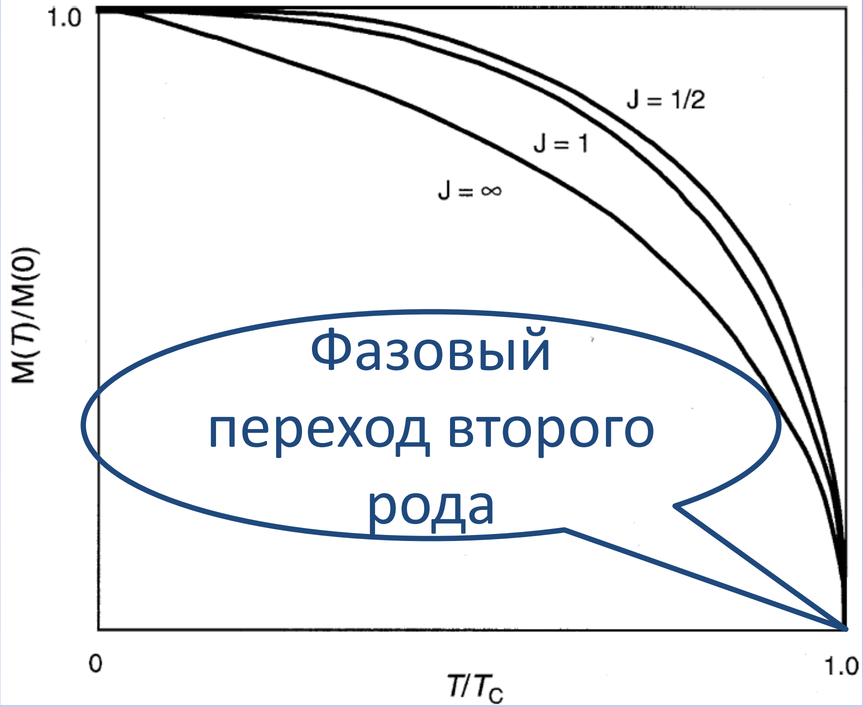
$$F_{S=1/2}(M) = -nk_B T \ln\left(2\cosh\left(\frac{\mu_B \lambda M}{k_B T}\right)\right)$$

$$F_{S=1/2}(M = 0) > F_{S=1/2}(M \neq 0)$$

$\underline{T \approx T_C}$

$$y << 1 \qquad B_S(y) \approx \frac{S+1}{3S} y \qquad \frac{k_B T_C}{g\mu_B S\lambda} = M_S \frac{S+1}{3S}$$

$$\boxed{T_C = \frac{g\mu_B (S+1)\lambda M_S}{3k_B}} \quad T_C \sim 10^3\ \text{K} \quad \Rightarrow \quad H_{mf} \sim \lambda M_S \sim \frac{k_B T_C}{\mu_B} \sim 10^3\ \text{T}$$

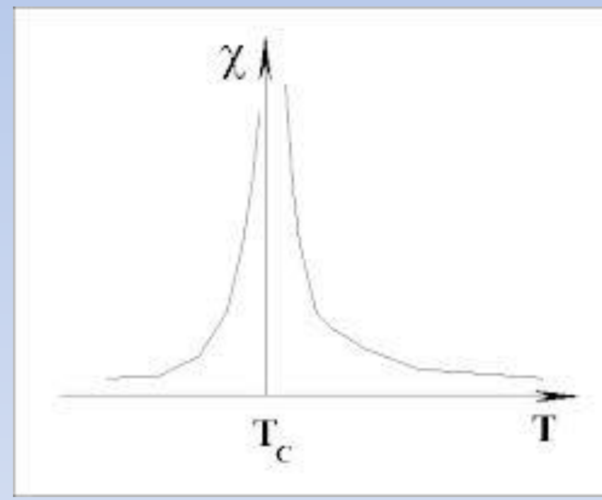


Упражнение: показать, что

$$M\left(T \approx T_C\right) \propto \sqrt{T_C - T}$$

Упражнение: показать, что

$$\chi\left(T \le T_C\right) = \frac{T_C^2}{2\lambda}\frac{1}{T_C - T}$$



$H << H_{mf}$ $\qquad$ $T \ge T_C$

$$\frac{M}{M_S} \approx \frac{S+1}{3S} y \qquad y = \frac{g\mu_B S\left(H + \lambda M\right)}{k_B T}$$

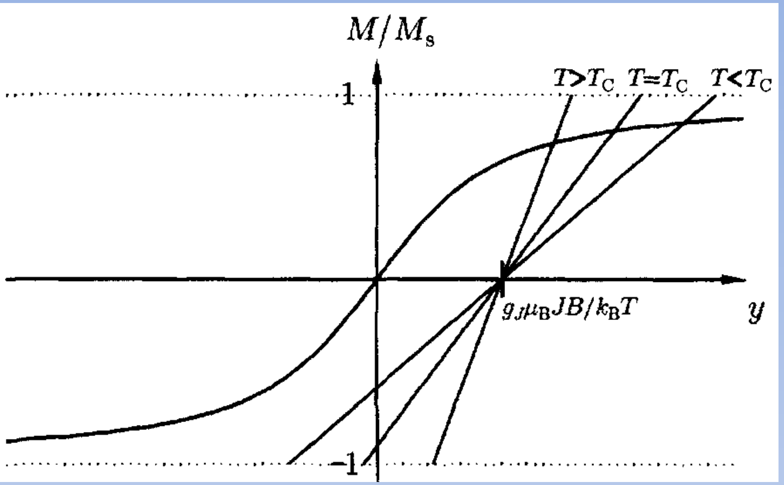
$$\frac{M}{M_S} \approx \frac{T_C}{\lambda M_S}\frac{H + \lambda M}{T}$$

$$\frac{M}{M_S}\left(1 - \frac{T_C}{T}\right) \approx \frac{T_C}{\lambda M_S} H$$

$$\boxed{\chi = \frac{M}{H} = \frac{T_C^2}{\lambda}\frac{1}{T - T_C} \propto \frac{1}{T - T_C}}$$

Закон Кюри-Вейсса

$\underline{H \neq 0}$ $\underline{T = T_C}$



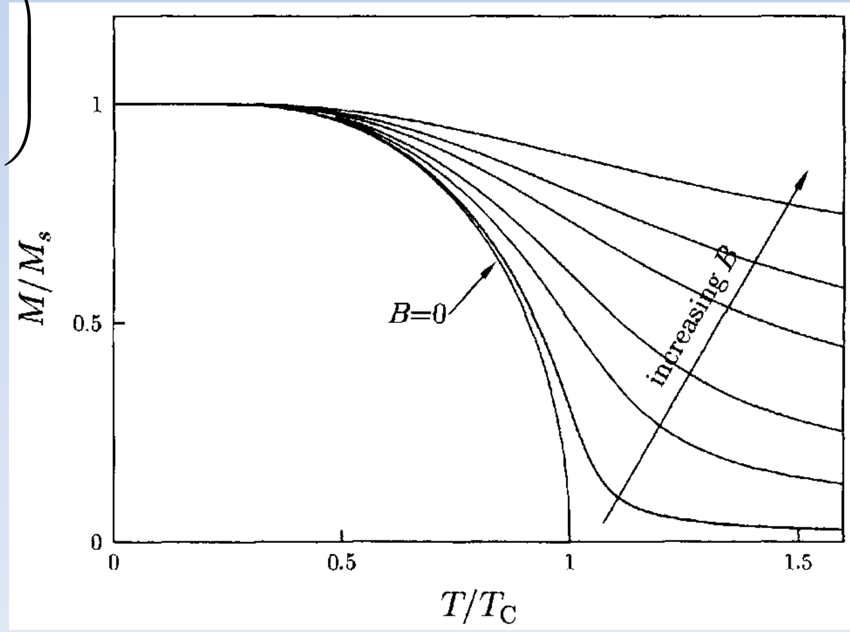
$$\frac{M}{M_S} = B_S(y) \approx \frac{S+1}{3S} y - \varsigma y^3$$

$$\varsigma = \frac{(S+1)\ \left((S+1)^2 + S^2\right)}{90S^3}$$

$$y = \frac{g\mu_B J(H+\lambda M)}{k_B T_C} = \frac{3S}{(S+1)} \frac{H+\lambda M}{\lambda M_S}$$

$$M = \frac{H+\lambda M}{\lambda} - \varsigma M_S \left(\frac{3S}{(S+1)} \frac{H+\lambda M}{\lambda M_S} \right)^3$$

$$H \propto (H+\lambda M)^3 \quad \Rightarrow \quad \boxed{M \propto H^{1/3}}$$



Происхождение молекулярного поля

$$\left|\mathbf{H}_{mf}\right| = \frac{1}{g\mu_B}\sum_j J_{ij}\left|\mathbf{S}_j\right| = \frac{zJS}{g\mu_B}$$

$$\left|\mathbf{H}_{mf}\right| = \lambda M = \lambda n g\mu_B S$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\lambda = \frac{zJ}{n\left(g\mu_B\right)^2}}$$

$$\boxed{T_C = \frac{g\mu_B\left(S+1\right)\lambda M_S}{3k_B} = \frac{zJS\left(S+1\right)}{3k_B}}$$

$$\boxed{\mathcal{J} \neq S}$$

$$\left.\begin{aligned} &\mathbf{L}+\mathbf{S} = \mathcal{J} \\ &\left(\mathbf{L}+2\mathbf{S}\right)_{\parallel} = g_J\mathcal{J} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathbf{S}_{\parallel} = \left(g_J - 1\right)\mathcal{J}$$

$$\boxed{-\frac{1}{2}\sum_{i\neq j} J_{ij}\left(\mathbf{S}_i\cdot\mathbf{S}_j\right)}$$

$$\boxed{-\frac{1}{2}\sum_{i\neq j}\left(g_J-1\right)^2 J_{ij}\left(\mathcal{J}_i\cdot\mathcal{J}_j\right)}$$

Фактор де Жена

$$\boxed{T_C = \frac{zJ}{3k_B}\left(g_J-1\right)^2\mathcal{J}\left(\mathcal{J}+1\right)}$$

ion	shell	S	L	J	g_J	$g_J - 1$	$(g_J - 1)^2 J(J+1)$
Ce^{3+}	$4f^1$	$\frac{1}{2}$	3	$\frac{5}{2}$	$\frac{6}{7}$	$-\frac{1}{7}$	0.18
Pr^{3+}	$4f^2$	1	5	4	$\frac{4}{5}$	$-\frac{1}{5}$	0.80
Nd^{3+}	$4f^3$	$\frac{3}{2}$	6	$\frac{9}{2}$	$\frac{72}{99}$	$-\frac{27}{99}$	1.84
Pm^{3+}	$4f^4$	2	6	4	$\frac{3}{5}$	$-\frac{2}{5}$	3.20
Sm^{3+}	$4f^5$	$\frac{5}{2}$	5	$\frac{5}{2}$	$\frac{2}{7}$	$-\frac{5}{7}$	4.46
Eu^{3+}	$4f^6$	3	3	0	–	–	–
Gd^{3+}	$4f^7$	$\frac{7}{2}$	0	$\frac{7}{2}$	2	1	15.75
Tb^{3+}	$4f^8$	3	3	6	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	10.50
Dy^{3+}	$4f^9$	$\frac{5}{2}$	5	$\frac{15}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$	7.08
Ho^{3+}	$4f^{10}$	2	6	8	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{4}$	4.50
Er^{3+}	$4f^{11}$	$\frac{3}{2}$	6	$\frac{15}{2}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{1}{5}$	2.55
Tm^{3+}	$4f^{12}$	1	5	6	$\frac{7}{6}$	$\frac{1}{6}$	1.17
Yb^{3+}	$4f^{13}$	$\frac{1}{2}$	3	$\frac{7}{2}$	$\frac{8}{7}$	$\frac{1}{7}$	0.32
Lu^{3+}	$4f^{14}$	0	0	0	–	–	–

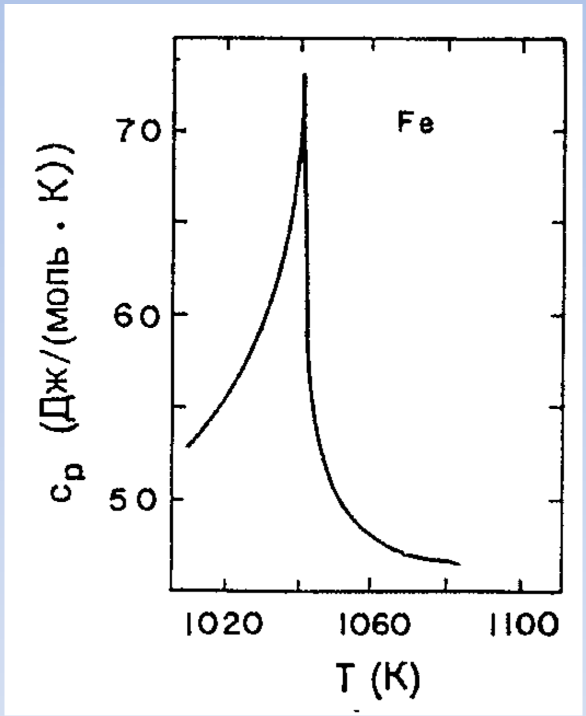
Недостатки теории Вейсса

Упражнение: показать, что

$$M\left(T \ll T_C\right) = M_S\left(1 - \frac{1}{S}e^{-A/T}\right)$$

Упражнение: показать, что

$$C\left(T \approx T_C\right) = \begin{cases} \frac{5}{2}nk_B\frac{\left(2S+1\right)^2-1}{\left(2S+1\right)^2+1}, & T \le T_C \\ 0, & T \ge T_C \end{cases}$$



Спиновые волны (магноны)

$$\mathcal{H} = -J\sum_i \mathbf{S}_i \mathbf{S}_{i+1}$$ цепочка спинов

$$\frac{d\langle \mathbf{S}_j\rangle}{dt} = \frac{1}{i\hbar}\left\langle\left[\mathbf{S}_j, \mathcal{H}\right]\right\rangle = -\frac{J}{i\hbar}\left\langle\left[\mathbf{S}_j, \mathbf{S}_j\mathbf{S}_{j+1} + \mathbf{S}_j\mathbf{S}_{j-1}\right]\right\rangle$$

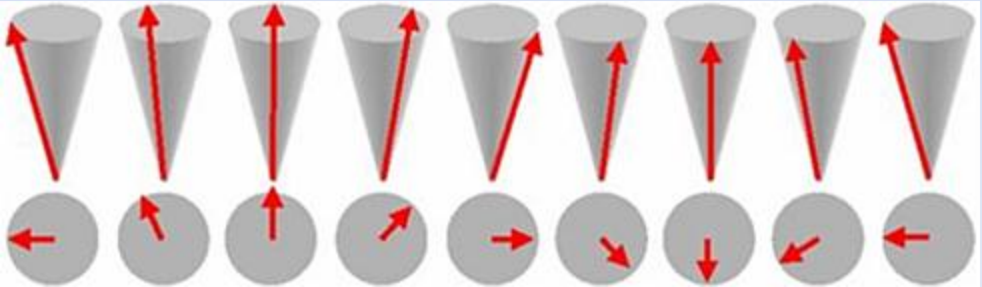
$$= \frac{J}{\hbar}\left\langle \mathbf{S}_j \times \left(\mathbf{S}_{j+1} + \mathbf{S}_{j-1}\right)\right\rangle$$

$$S >> 1, \qquad \left\langle S_j^{x,y}\right\rangle << S, \qquad S_j^z \approx S$$

$$\begin{cases} \dfrac{d\left\langle S_j^x\right\rangle}{dt} = \dfrac{JS}{\hbar}\left\langle 2S_j^y - S_{j-1}^y - S_{j+1}^y\right\rangle \\ \dfrac{d\left\langle S_j^y\right\rangle}{dt} = -\dfrac{JS}{\hbar}\left\langle 2S_j^x - S_{j-1}^x - S_{j+1}^x\right\rangle \\ \dfrac{d\left\langle S_j^z\right\rangle}{dt} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left\langle S_j^x\right\rangle = A\cos\left(qcj - \omega t\right) \\ \left\langle S_j^y\right\rangle = B\sin\left(qcj - \omega t\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = B \\ \hbar\omega = 2SJ\left(1 - \cos qc\right) \end{cases}$$



Элементарные возбуждения в ферромагнетике

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2}\sum_{i,j} J_{ij}\mathbf{S}_i\mathbf{S}_j = -\frac{1}{2}\sum_{i,j} J_{ij}\left(S_i^z S_j^z + \frac{1}{2}\left(S_i^+ S_j^- + S_i^- S_j^+\right)\right)$$

Основное состояние

$$\boxed{\begin{array}{l} |0\rangle = |S\rangle_1 |S\rangle_2 \ldots |S\rangle_N \\ \mathcal{H}|0\rangle = -\frac{1}{2}\left(\sum_{i,j} J_{ij}\right) S^2 |0\rangle \end{array}}$$

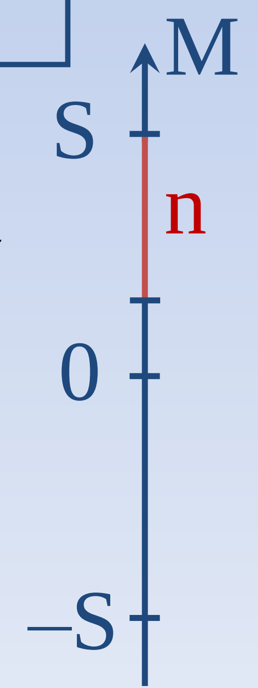
$$S^z |M\rangle = M|M\rangle$$

$$\langle M|S^+|M-1\rangle$$

$$= \langle M-1|S^-|M\rangle = \sqrt{(S-M)(S+M+1)} \qquad n \equiv S - M$$

$$\mathcal{n} = S - S^z \qquad \mathcal{n}|n\rangle = n|n\rangle \qquad |n\rangle \equiv |M\rangle$$

$$S^z|n\rangle = (S-n)|n\rangle \qquad \langle n-1|S^+|n\rangle = \sqrt{2Sn}\sqrt{1-\frac{n-1}{2S}}$$



Переход от операторов спина к бозонам

$$a_i^+\left|n_i\right\rangle = \sqrt{n_i+1}\left|n_i+1\right\rangle \qquad a_i\left|n_i\right\rangle = \sqrt{n_i}\left|n_i-1\right\rangle \qquad [a_i, a_i^+] = 1$$

$$a_i^+ a_i\left|n_i\right\rangle = \boldsymbol{n}_i\left|n_i\right\rangle = n_i\left|n_i\right\rangle$$

Преобразование Голдстейна-Примакова

$$\boxed{S_i^- = \sqrt{2S}a_i^\dagger\sqrt{1-\frac{a_i^\dagger a_i}{2S}} \qquad S_i^+ = \sqrt{2S}\sqrt{1-\frac{a_i^\dagger a_i}{2S}}\ a_i \qquad S_i^z = S - a_i^\dagger a_i}$$

$$S_i^- \approx \sqrt{2S}a_i^\dagger \qquad S_i^+ \approx \sqrt{2S}a_i \qquad S_i^z = S - a_i^\dagger a_i$$

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2}\sum_{i,j} J_{ij}\left(S_i^z S_j^z + \frac{1}{2}\left(S_i^+ S_j^- + S_i^- S_j^+\right)\right)$$

$$= -\frac{1}{2}\sum_{i,j} J_{ij}\left(\left(S - a_i^\dagger a_i\right)\left(S - a_j^\dagger a_j\right) + \frac{2S}{2}\left(a_i a_j^\dagger + a_i^\dagger a_j\right)\right)$$

$$\cong -\frac{1}{2}\sum_{i,j} J_{ij}\left(-Sa_i^\dagger a_i - Sa_j^\dagger a_j + 2Sa_i^\dagger a_j\right) = \sum_{i,j} SJ_{ij}\left(a_i^\dagger a_i - a_i^\dagger a_j\right)$$

Магноны

$$a_i = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_i} \qquad a_i^\dagger = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^\dagger e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_i} \qquad \left[a_{\mathbf{k}}, a_{\mathbf{k}}^\dagger\right] = 1$$

$$\sum_{i,j} SJ_{ij} a_i^\dagger a_j = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2} a_{\mathbf{k}_1}^\dagger a_{\mathbf{k}_2} \sum_{i,j} SJ\left(\left|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j\right|\right) e^{-i\mathbf{k}_1\mathbf{R}_i} e^{i\mathbf{k}_2\mathbf{R}_j}$$

$$= \frac{1}{N} S \sum_{\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2} a_{\mathbf{k}_1}^\dagger a_{\mathbf{k}_2} \sum_{i,j} J\left(\left|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j\right|\right) e^{-i\mathbf{k}_1\left(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j\right)} e^{i\left(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1\right)\mathbf{R}_j} = \sum_{\mathbf{k}} SJ_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}}$$

$$J_{\mathbf{k}} = \sum_i J_{ij} \exp\left(i\mathbf{k}\mathbf{R}_{ij}\right) = 2J\left(\cos ck_x + \cos ck_y + \cos ck_z\right)$$

$$\sum_{i,j} SJ_{ij} a_i^\dagger a_i = \sum_{\mathbf{k}} SJ_{\mathbf{0}} a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}}$$

$$\boxed{\mathcal{H} = \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}} \qquad \varepsilon_{\mathbf{k}} = S\left(J_{\mathbf{0}} - J_{\mathbf{k}}\right)}$$

Закон Блоха T$^{3/2}$

$\underline{T \ll T_C \qquad k \ll 1}$

$$J_{\mathbf{k}} \approx 2J\left(1-\frac{1}{2}(ck_x)^2+1-\frac{1}{2}(ck_y)^2+1-\frac{1}{2}(ck_z)^2\right)=2J\left(3-\frac{1}{2}(ck)^2\right)$$

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} \approx SJc^2k^2 = bk^2$$

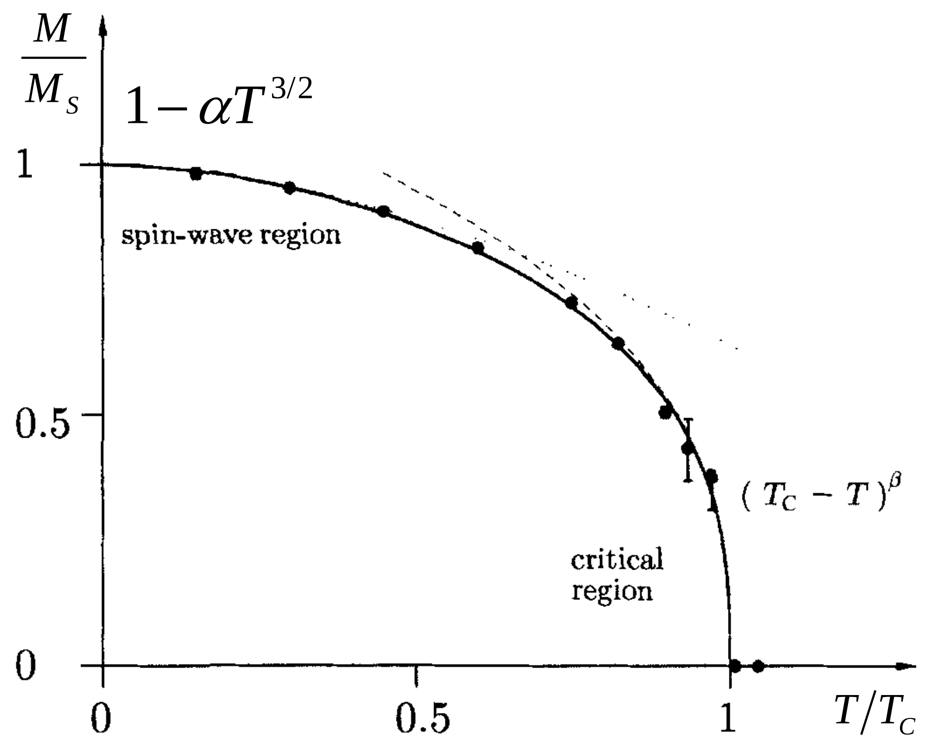
$$\frac{M_S-M}{N}=S-\frac{1}{N}\left\langle\sum_i S_i^z\right\rangle=\frac{1}{N}\left\langle\sum_i a_i^\dagger a_i\right\rangle=\frac{1}{N}\sum_{\mathbf{k}}\left\langle a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}}\right\rangle=\frac{\mathrm{v}_0}{(2\pi)^3}\int\frac{d\mathbf{k}}{e^{\varepsilon_{\mathbf{k}}/T}-1}$$

$$=\frac{\mathrm{v}_0}{2\pi^2}\int_0^\infty dk\,\frac{k^2}{e^{bk^2/T}-1}$$

$$=\left(\frac{T}{b}\right)^{3/2}\frac{\mathrm{v}_0}{2\pi^2}\int_0^\infty dk\,\frac{k^2}{e^{k^2}-1}$$

$$=T^{3/2}\frac{\mathrm{v}_0\varsigma(3/2)}{8(b\pi)^{3/2}}$$

$$\boxed{M_S-M\propto T^{3/2}}$$



Теплоемкость ферромагнетика

$$\underline{T \ll T_C \qquad k \ll 1}$$

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} \approx SJc^2k^2 = bk^2$$

$$E = \left\langle \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^{\dagger} a_{\mathbf{k}} \right\rangle = \frac{\mathrm{v}_0}{(2\pi)^3} \int \frac{\varepsilon_{\mathbf{k}} d\mathbf{k}}{e^{\varepsilon_{\mathbf{k}}/T} - 1} = \frac{\mathrm{v}_0 b}{2\pi^2} \int_0^{\infty} dk \frac{k^4}{e^{bk^2/T} - 1}$$

$$= \left(\frac{T}{b} \right)^{5/2} \frac{\mathrm{v}_0 b}{2\pi^2} \int_0^{\infty} dk \frac{k^4}{e^{k^2} - 1}$$

$$\boxed{C = \frac{\partial E}{\partial T} \propto T^{3/2}}$$

Теорема Мермина-Вагнера

Отсутствие ферро- или антиферромагнитного **упорядочения** при $\boldsymbol{T \neq 0}$ в **1D** и **2D** решетках спинов, описываемых **изотропной** моделью Гейзенберга

$$\frac{M_S - M}{N} = \frac{\mathrm{v}_0}{(2\pi)^d} \int \frac{d\mathbf{k}}{e^{\varepsilon_{\mathbf{k}}/T} - 1} \propto \int_0^\infty dk \, \frac{k^{d-1}}{e^{bk^2/T} - 1}$$

$$= \left(\frac{T}{b}\right)^{d/2} \int_0^\infty dk \, \frac{k^{d-1}}{e^{k^2} - 1} \sim \left(\frac{T}{b}\right)^{d/2} \int_0^1 \frac{dk}{k^{3-d}}$$

Нарушение теоремы Мермина-Вагнера в 2D ФМ при наличии анизотропии

$$\mathcal{H}_a = -\frac{1}{2}\sum_{i,j} A_{ij} S_i^z S_j^z = -\frac{1}{2}\sum_{i,j} A_{ij}\left(S - a_i^\dagger a_i\right)\left(S - a_j^\dagger a_j\right) \cong \sum_{\mathbf{k}} S A_{\mathbf{0}} a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}}$$

$$\mathcal{H} = \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}} \qquad \varepsilon_{\mathbf{k}} = S\left(J_{\mathbf{0}} - J_{\mathbf{k}}\right) + S A_{\mathbf{0}}$$

$k << 1$

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} \approx S J c^2 k^2 + S A_{\mathbf{0}} = b k^2 + S A_{\mathbf{0}}$$

$$\frac{M_S - M}{N} = \frac{\mathrm{v}_0}{(2\pi)^d}\int \frac{d\mathbf{k}}{e^{\varepsilon_{\mathbf{k}}/T} - 1}$$

вклад от малых k

$$\propto T\int_0 dk\,\frac{k^{d-1}}{\varepsilon_{\mathbf{k}}} = T\int_0 dk\,\frac{k^{d-1}}{bk^2 + SA_{\mathbf{0}}}$$

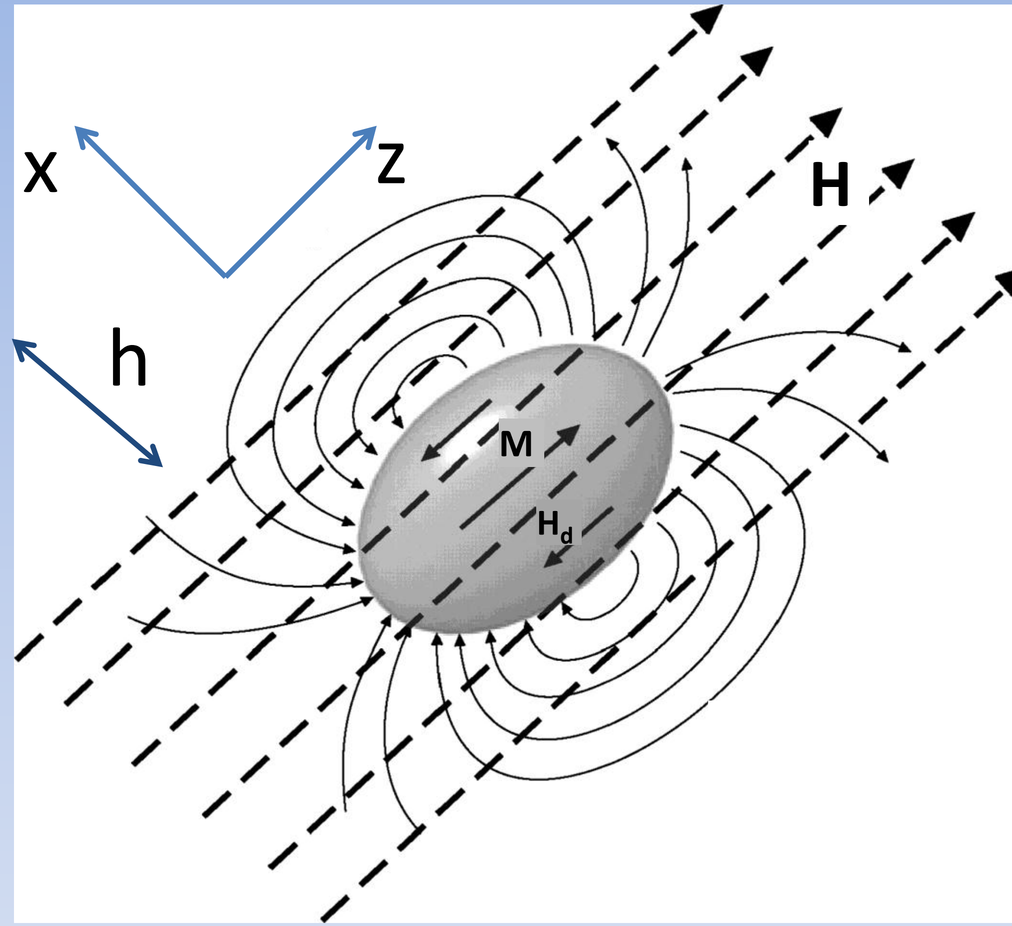
Однородный ферромагнитный резонанс

поле размагничивания

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{H}_e - 4\pi \hat{N}\mathbf{M}$$

$$H_i^{\alpha} = H_e^{\alpha} - 4\pi \sum_{\beta} N_{\alpha\beta} M^{\beta}$$

$$N_{xx} + N_{yy} + N_{zz} = 1$$



$$\begin{cases} \dfrac{dM_z}{dt} = \gamma \left[\mathbf{M} \times \mathbf{H}_i\right]_z \\ \dfrac{dM_x}{dt} = \gamma \left[\mathbf{M} \times \mathbf{H}_i\right]_x \\ \dfrac{dM_y}{dt} = \gamma \left[\mathbf{M} \times \mathbf{H}_i\right]_y \end{cases}$$

$$H_i^x = h - 4\pi N_x M^x$$

$$H_i^y = -4\pi N_y M^y$$

$$H_i^z = H - 4\pi N_z M^z$$

$$\begin{cases} \dfrac{dM_z}{dt} \approx 0 \\ \dfrac{dM_x}{dt} = \gamma M_y \left(H + 4\pi\left(N_y - N_z\right)M_z\right) \\ \dfrac{dM_y}{dt} = \gamma\left(M_z h - 4\pi\left(N_x - N_z\right)M_x M_z - M_x H\right) \end{cases}$$

$$\frac{d^2 M_x}{dt^2} = \gamma^2\left(H + 4\pi\left(N_y - N_z\right)M_z\right)\left(M_z h - M_x\left(H + 4\pi\left(N_x - N_z\right)M_z\right)\right)$$

$$h = h_0 \cos\omega t$$

$$\frac{d^2 M_x}{dt^2} + \omega_0^2 M_x = \gamma^2 M_z h_0\left(H + 4\pi\left(N_y - N_z\right)M_z\right)\cos\omega t$$

$$\boxed{\begin{gathered} \omega_0^2 = \gamma^2\left(H + 4\pi\left(N_y - N_z\right)M_z\right)\left(H + 4\pi\left(N_x - N_z\right)M_z\right) \\ M_x = A\cos\omega t \qquad A = -h_0\frac{\gamma^2 M_z\left(H + 4\pi\left(N_y - N_z\right)M_z\right)}{\omega^2 - \omega_0^2} \end{gathered}}$$

Влияние формы образца

$$\omega_0^2 = \gamma^2\left(H + 4\pi\left(N_y - N_z\right)M_z\right)\left(H + 4\pi\left(N_x - N_z\right)M_z\right)$$

1. Тонкая пластина

1a. $(N_x = N_z = 0,\ N_y = 1)$

$$\omega_0 = \gamma\sqrt{\left(H + 4\pi M_z\right)H}$$

1b. $(N_x = N_y = 0,\ N_z = 1)$

$$\omega_0 = \gamma\left(H - 4\pi M_z\right)$$

2. Сфера $\left(N_x = N_y = N_z = \dfrac{1}{3}\right)$

$$\omega_0 = \gamma H$$

3. Цилиндр $\left(N_x = N_y = \dfrac{1}{2},\ N_z = 0\right)$

$$\omega_0 = \gamma\left(H + 2\pi M_z\right)$$

Влияние анизотропии

$$\mathcal{H}_a = -\frac{1}{2}\sum_{i,j} A_{ij} S_i^z S_j^z$$

$$H_i^x = h - 4\pi N_x M^x$$

$$H_i^y = -4\pi N_y M^y$$

$$H_i^z = H + H_a - 4\pi N_z M^z$$

$$\begin{cases} \dfrac{dM_z}{dt} = \gamma\left[\mathbf{M}\times\mathbf{H}_i\right]_z \\ \dfrac{dM_x}{dt} = \gamma\left[\mathbf{M}\times\mathbf{H}_i\right]_x \\ \dfrac{dM_y}{dt} = \gamma\left[\mathbf{M}\times\mathbf{H}_i\right]_y \end{cases}$$

$$g\mu_B H_a = SA_0$$

$$\omega_0^2 = \gamma^2\left(H + H_a + 4\pi\left(N_y - N_z\right)M_z\right)\left(H + H_a + 4\pi\left(N_x - N_z\right)M_z\right)$$

Учет диссипации

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma\left[\mathbf{M}\times\mathbf{H}_i\right] + \mathbf{R}$$

1. Уравнение Гильберта

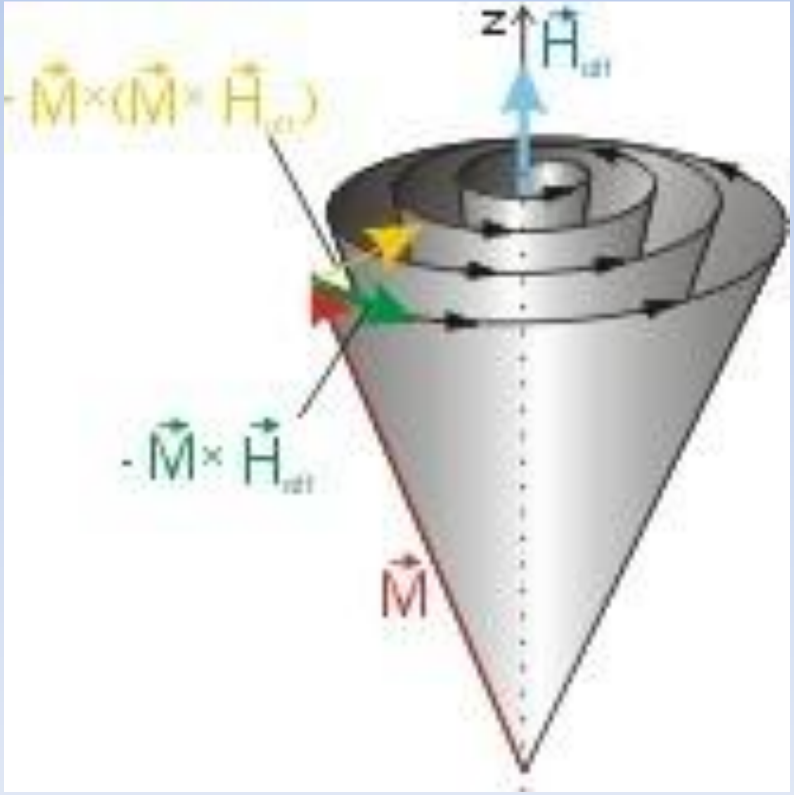
$$\mathbf{R} = \frac{\alpha}{M}\left[\mathbf{M}\times\frac{d\mathbf{M}}{dt}\right]$$

2. Уравнение Ландау-Лифшица

$$\mathbf{R} = -\frac{\lambda}{M}\left[\mathbf{M}\times\left[\mathbf{M}\times\mathbf{H}_i\right]\right]$$

3. Уравнения Блоха

$$\begin{cases} \dfrac{dM_z}{dt} = \gamma\left[\mathbf{M}\times\mathbf{H}_i\right]_z + \dfrac{M_0 - M_z}{T_1} \\ \dfrac{dM_x}{dt} = \gamma\left[\mathbf{M}\times\mathbf{H}_i\right]_x - \dfrac{M_x}{T_2} \\ \dfrac{dM_y}{dt} = \gamma\left[\mathbf{M}\times\mathbf{H}_i\right]_y - \dfrac{M_y}{T_2} \end{cases}$$



Упругое магнитное рассеяние нейтронов в ферромагнетике без орбитального вклада

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_f}\right)_{el} = \left(\gamma r_0\right)^2 \left|F\left(\mathbf{Q}\right)\right|^2 e^{-2W} N \sum_{\chi\eta} \left(\delta_{\chi\eta} - \hat{Q}^{\eta}\hat{Q}^{\chi}\right) \sum_l e^{i\mathbf{Q}\mathbf{R}_l} \left\langle S_0^{\chi} \right\rangle \left\langle S_l^{\eta} \right\rangle$$

$$\left\langle S_l^z \right\rangle = \left\langle S^z \right\rangle \qquad \left\langle S_l^x \right\rangle = \left\langle S_l^y \right\rangle = 0$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_f}\right)_{el} = \left(\gamma r_0\right)^2 \left|F\left(\mathbf{Q}\right)\right|^2 e^{-2W} N \left(1 - \left(\hat{Q}^z\right)^2\right) \left\langle S^z \right\rangle^2 \sum_l e^{i\mathbf{Q}\mathbf{R}_l}$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_f}\right)_{el} = \left(\gamma r_0\right)^2 \left|F\left(\mathbf{Q}\right)\right|^2 e^{-2W} N \left(1 - \left(\hat{Q}^z\right)^2\right) \left\langle S^z \right\rangle^2 \frac{\left(2\pi\right)^3}{\mathrm{V}_0} \sum_{\boldsymbol{\tau}} \delta\left(\mathbf{Q} - \boldsymbol{\tau}\right)$$

$$\boxed{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_f}\right)_{el} = \left(\gamma r_0\right)^2 N \left\langle S^z \right\rangle^2 \frac{\left(2\pi\right)^3}{\mathrm{V}_0} \sum_{\boldsymbol{\tau}} e^{-2W} \left|F\left(\boldsymbol{\tau}\right)\right|^2 \left(1 - \left(\hat{\tau}^z\right)^2\right) \delta\left(\mathbf{Q} - \boldsymbol{\tau}\right)}$$

Сечение одномагнонного рассеяния нейтронов

$$\frac{d^2\sigma}{dE_f d\Omega_f} = \frac{(\gamma r_0)^2}{2\pi\hbar}\frac{k_f}{k_i}\left|F(\mathbf{Q})\right|^2 \frac{S}{2}\left(1+\left(\hat{Q}^z\right)^2\right)e^{-2W}\sum_l e^{i\mathbf{Q}\mathbf{R}_l}$$

$$\times\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{\mathbf{k}}\left(\langle n_{\mathbf{k}}+1\rangle e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_l}e^{i\varepsilon_{\mathbf{k}}t}+\langle n_{\mathbf{k}}\rangle e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_l}e^{-i\varepsilon_{\mathbf{k}}t}\right)e^{-i\omega t}dt$$

$$\boxed{\begin{aligned}\frac{d^2\sigma}{dE_f d\Omega_f} &= \frac{(\gamma r_0)^2}{\hbar}\frac{(2\pi)^3}{\mathrm{v}_0}\frac{k_f}{k_i}\left|F(\mathbf{Q})\right|^2 \frac{S}{2}\left(1+\left(\hat{Q}^z\right)^2\right)e^{-2W}\\ &\times\sum_{\mathbf{k},\boldsymbol{\tau}}\left(\langle n_{\mathbf{k}}+1\rangle\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}}-\omega)\delta(\mathbf{Q}-\mathbf{k}-\boldsymbol{\tau})+\langle n_{\mathbf{k}}\rangle\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}}+\omega)\delta(\mathbf{Q}+\mathbf{k}-\boldsymbol{\tau})\right)\end{aligned}}$$

$$\langle n_{\mathbf{k}}\rangle = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\varepsilon_{\mathbf{k}}}{k_B T}}-1}$$

$$1+\left(\hat{Q}^z\right)^2 = \begin{cases}1, & \mathbf{B}\perp\hat{\mathbf{Q}}\\ 2, & \mathbf{B}\parallel\hat{\mathbf{Q}}\end{cases}$$

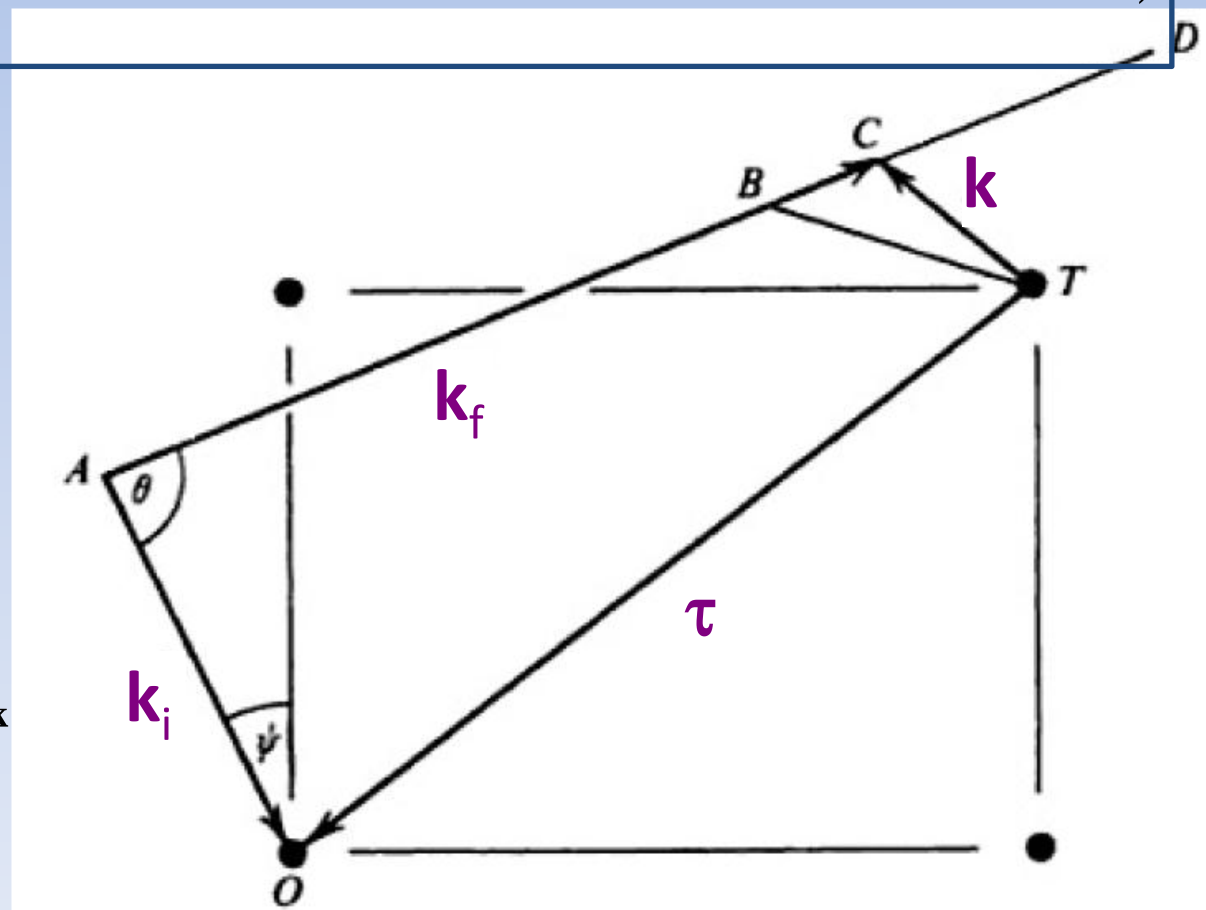
Измерение дисперсии магнонов

$$\frac{d^2\sigma}{dE_f\,d\Omega_f}=\frac{\left(\gamma r_0\right)^2}{\hbar}\frac{(2\pi)^3}{\mathrm{v}_0}\frac{k_f}{k_i}\left|F\left(\mathbf{Q}\right)\right|^2\frac{S}{2}\left(1+\left(\hat{Q}^z\right)^2\right)e^{-2W}$$

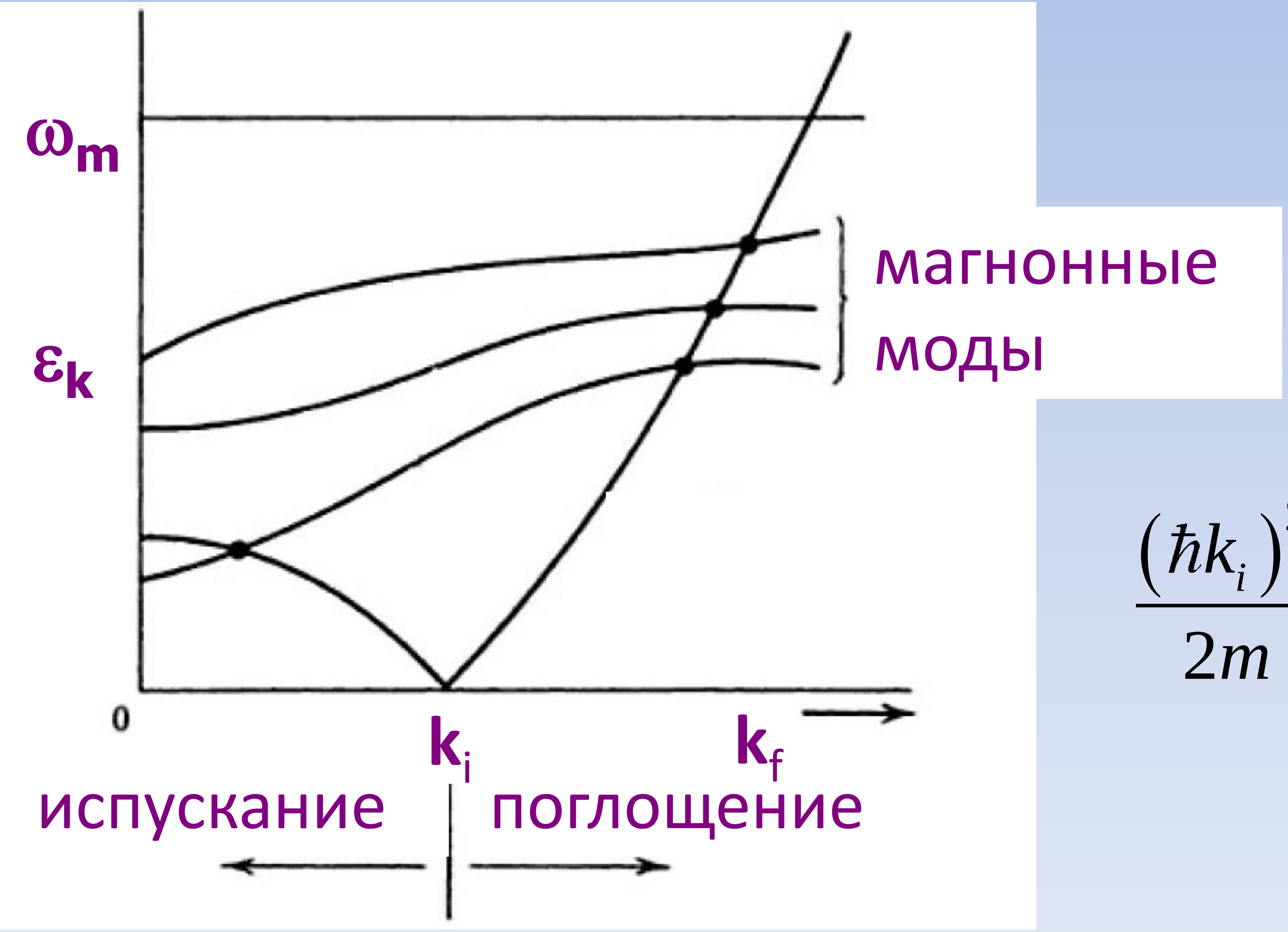
$$\times\sum_{\mathbf{k},\boldsymbol{\tau}}\left(\left\langle n_{\mathbf{k}}+1\right\rangle\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}}-\omega)\delta(\mathbf{Q}-\mathbf{k}-\boldsymbol{\tau})+\left\langle n_{\mathbf{k}}\right\rangle\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}}+\omega)\delta(\mathbf{Q}+\mathbf{k}-\boldsymbol{\tau})\right)$$

$$E_i-E_f=\pm\hbar\varepsilon_{\mathbf{k}}$$

$$\begin{cases}\dfrac{\left(\hbar k_i\right)^2}{2m}-\dfrac{\left(\hbar k_f\right)^2}{2m}=\pm\hbar\varepsilon_{\mathbf{k}}\\ \mathbf{Q}=\mathbf{k}_i-\mathbf{k}_f=\pm\mathbf{k}+\boldsymbol{\tau}\end{cases}$$



Измерение дисперсии магнонов



$$\frac{(\hbar k_i)^2}{2m} - \frac{(\hbar k_f)^2}{2m} = \pm\hbar\varepsilon_{\mathbf{k}}$$

Измерение дисперсии магнонов

$Cu(DCOO)_2 4D_2O$