



Санкт-Петербургский государственный университет
Физический факультет
Кафедра ядерно-физических методов исследования



Сыромятников

Арсений Владиславович

*Физика магнетизма и
рассеяние поляризованных и
неполяризованных нейтронов*

Лекция 8. Ферримагнетизм. Спиральные магнетики. Спиновые стекла. Спиновые жидкости.

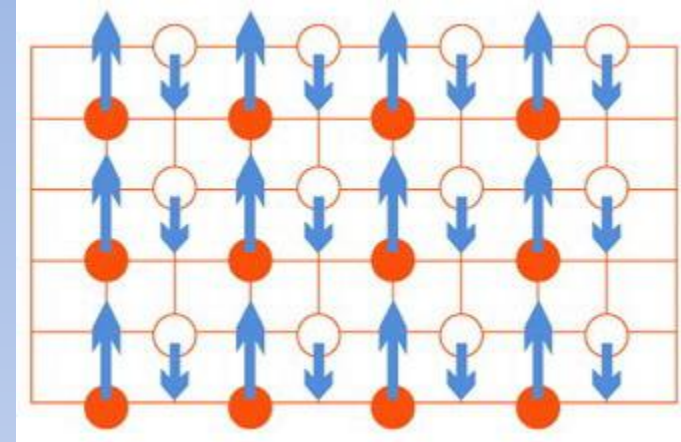
Ферримагнетизм

$$\mathbf{M} = x_A \mathbf{M}_A + x_B \mathbf{M}_B \quad x_A + x_B = 1$$

$$\mathbf{H}_{mf}^{(A)} = -\varepsilon x_A \mathbf{M}_A - \lambda x_B \mathbf{M}_B$$

$$\mathbf{H}_{mf}^{(B)} = -\gamma x_B \mathbf{M}_B - \lambda x_A \mathbf{M}_A$$

$$T > T_N \quad S_A = S_B = S$$



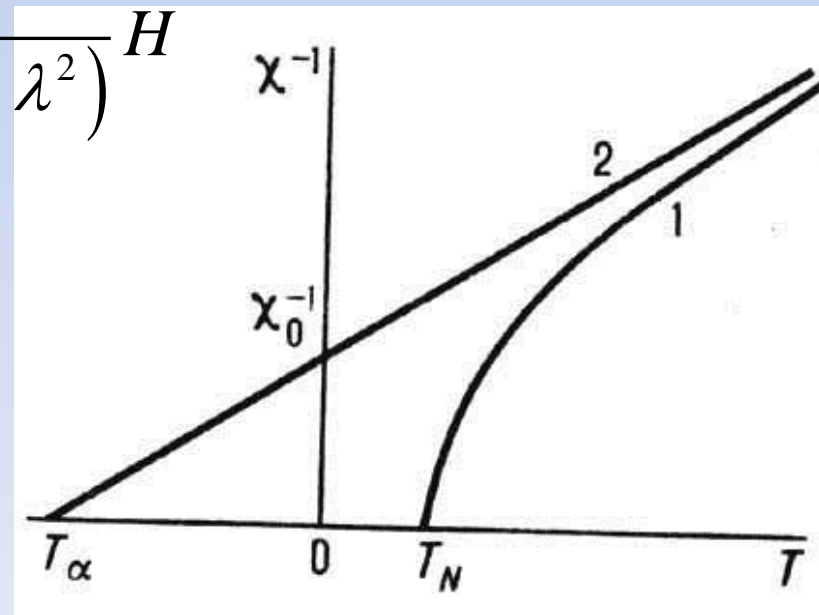
$$\mathbf{M}_A = \frac{C}{T} (\mathbf{H} + \mathbf{H}_{mf}^{(A)}) \quad \mathbf{M}_B = \frac{C}{T} (\mathbf{H} + \mathbf{H}_{mf}^{(B)})$$

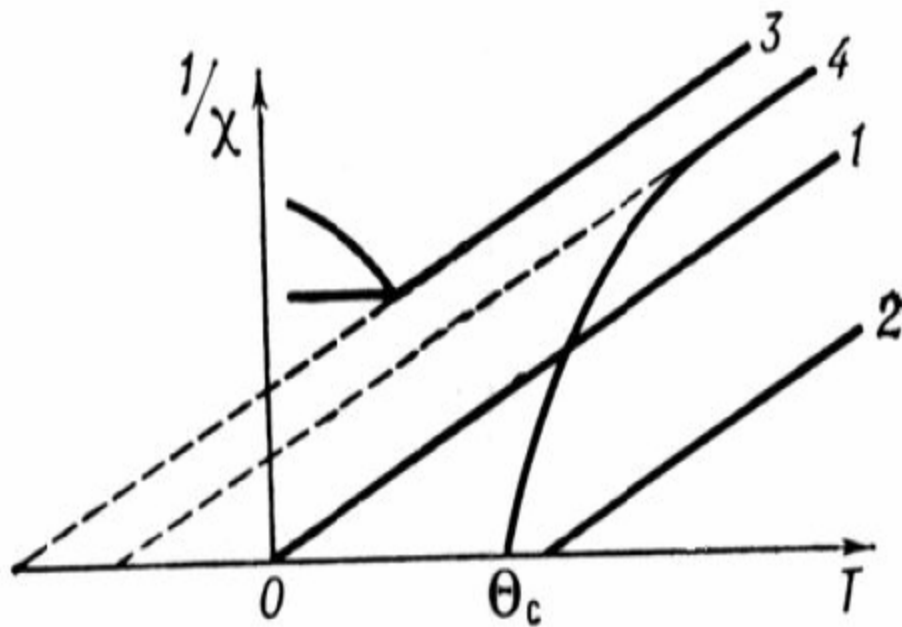
$$M = \frac{C(T - Cx_A x_B (2\lambda - \varepsilon - \gamma))}{T^2 + C(x_A \varepsilon - x_B \gamma) + C^2 x_A x_B (\varepsilon \gamma - \lambda^2)} H$$

$$\chi^{-1} = \frac{T}{C} + \chi_0^{-1} - \frac{\sigma}{T - \Theta_1}$$

$$\chi_0^{-1} = 2\lambda x_A x_B + \varepsilon x_A^2 + \gamma x_B^2$$

$$\Theta_1 = Cx_A x_B (2\lambda - \varepsilon - \gamma)$$





Температурная зависимость
обратной магнитной
восприимчивости $1/\chi$:

1 — парамагнетика с $\chi = C/T$;

2 — ферромагнетика с
 $\chi = C/(T - \theta)$;

3 — антиферромагнетика с
 $\chi = C/(T + \theta)$

4 — ферримагнетика.

Точка компенсации

$$T \leq T_N$$

$$x_A > x_B$$

$$\mathbf{H}_{mf}^{(A)} = -\varepsilon x_A \mathbf{M}_A - \lambda x_B \mathbf{M}_B$$

$$\mathbf{H}_{mf}^{(B)} = -\gamma x_B \mathbf{M}_B - \lambda x_A \mathbf{M}_A$$

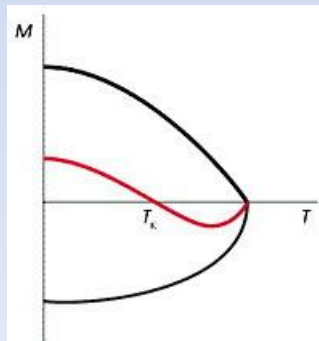
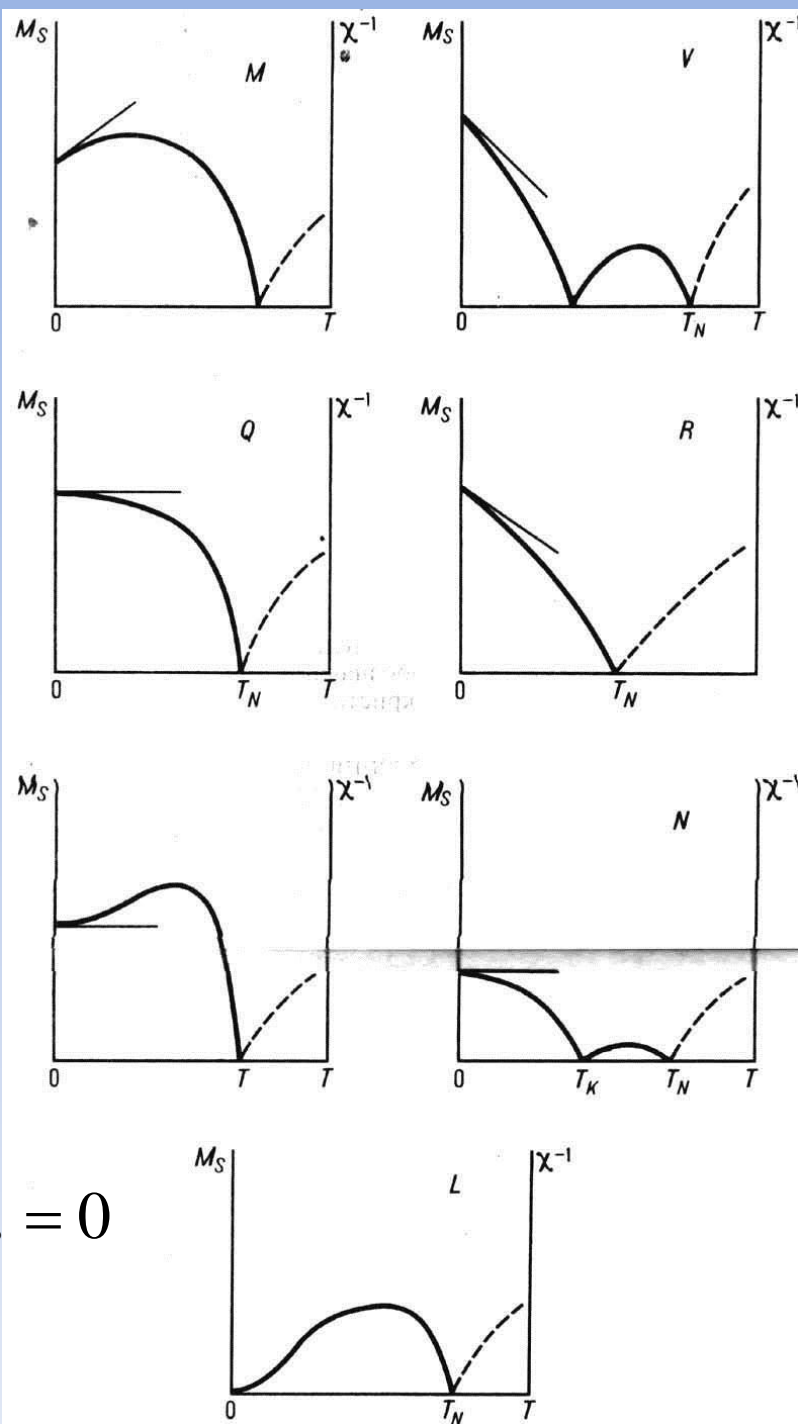
$$M_{A,B} = Ng \mu_B S B_S \left(\frac{g \mu_B S H_{mf}^{(A,B)}}{k_B T} \right)$$

$$M \propto \sqrt{\frac{T_N - T}{T_N}} \left(x_A \sqrt{\kappa} - \frac{x_B}{\sqrt{\kappa}} \right)$$

$$T = 0: \quad \mathbf{M} \parallel \mathbf{M}_A$$

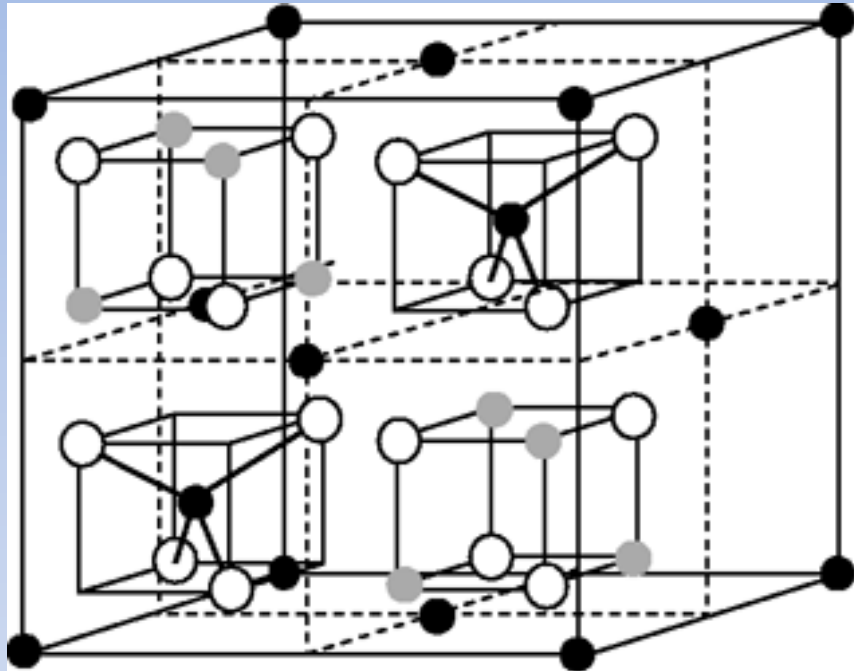
$$T \approx T_N: \quad \mathbf{M} \parallel \mathbf{M}_B, \text{ если } x_A \kappa < x_B$$

$$x_A \lambda \kappa^2 + (\varepsilon x_A - \gamma x_B) \kappa - \lambda x_B = 0$$

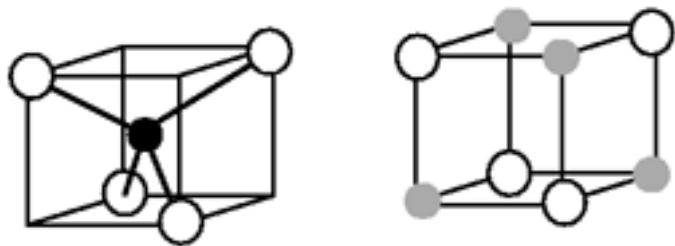


Ферриты

$MO \cdot Fe_2O_3$, $M = Zn^{2+}, Co^{2+}, Fe^{2+}, Ni^{2+}, Cu^{2+}$ или Mn^{2+}



(a)



A

B

(b)

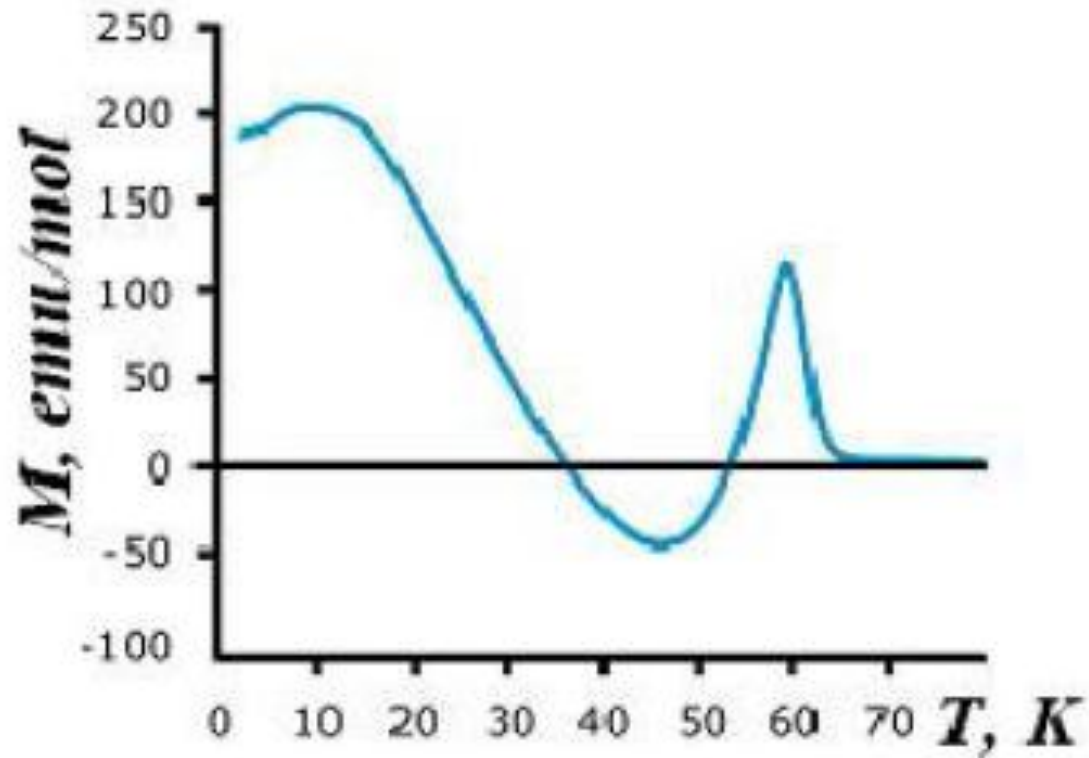
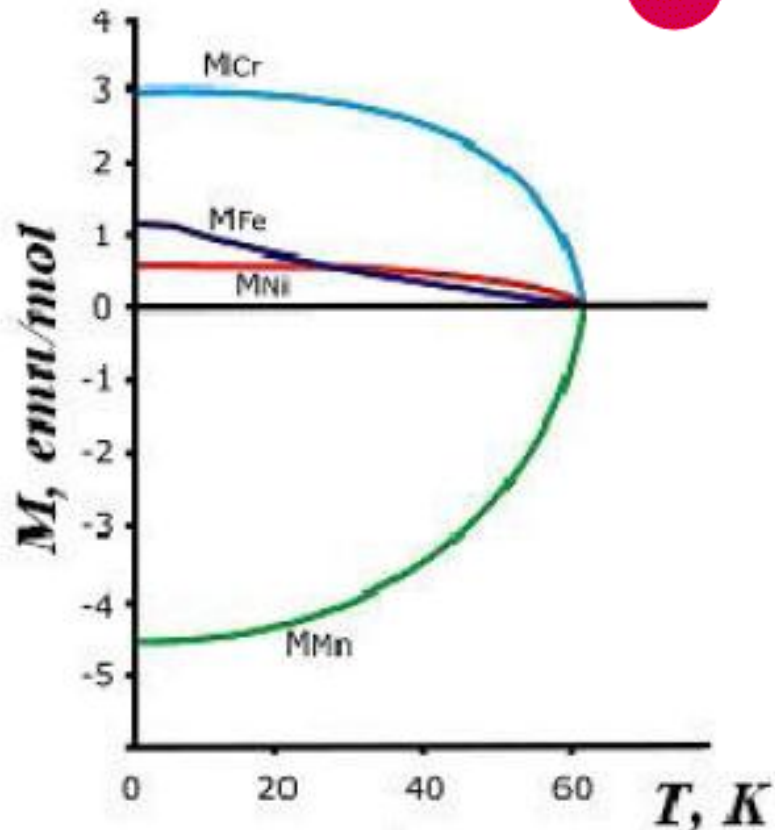
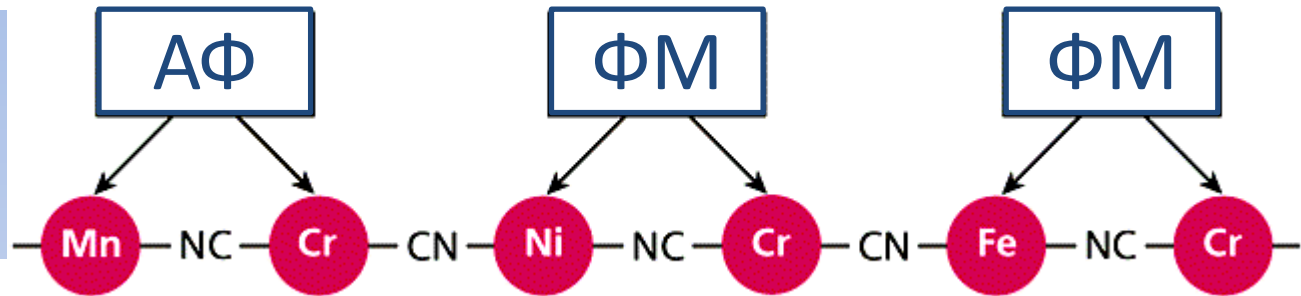
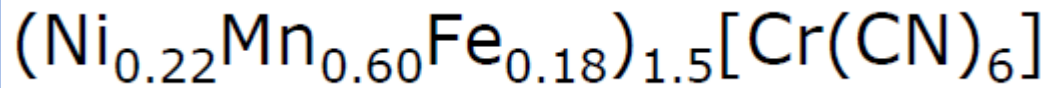
Material	T_C (K)	magnetic moment (μ_B /formula unit)	Compensation temperature (K)
Fe_3O_4	858	4.1	–
$CoFe_2O_4$	793	3.7	–
$NiFe_2O_4$	858	2.3	–
$CuFe_2O_4$	728	1.3	–
$Y_3Fe_5O_{12}$	560	5.0	–
$Gd_3Fe_5O_{12}$	564	16.0	290
$Dy_3Fe_5O_{12}$	563	18.2	220
$Ho_3Fe_5O_{12}$	567	15.2	137

● Octahedral sites

● Tetrahedral sites

○ Oxygen

Двойное обращение намагниченности в берлинской лазури



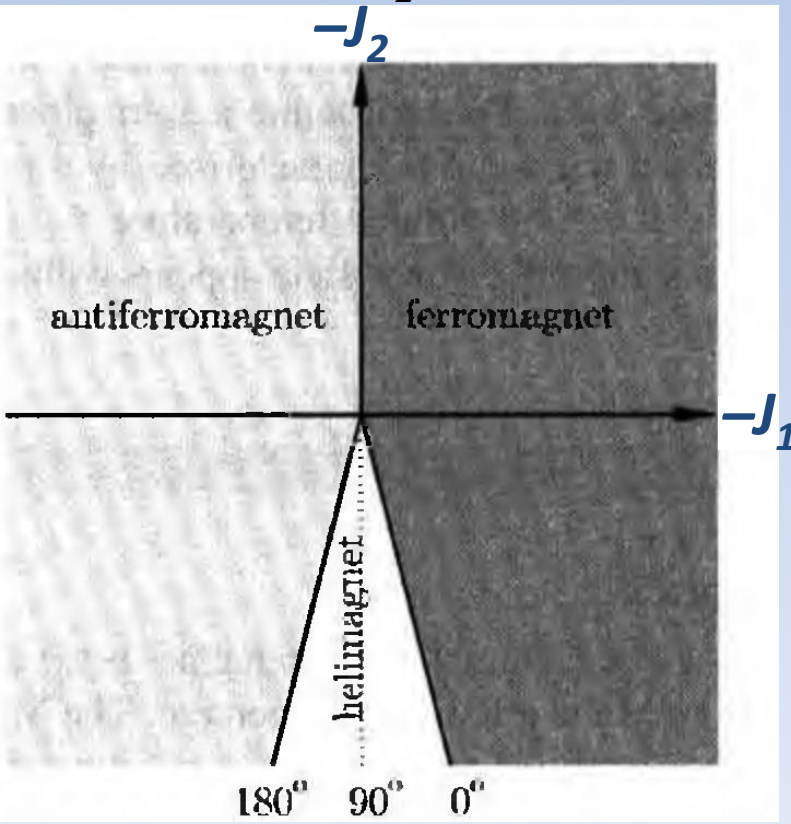
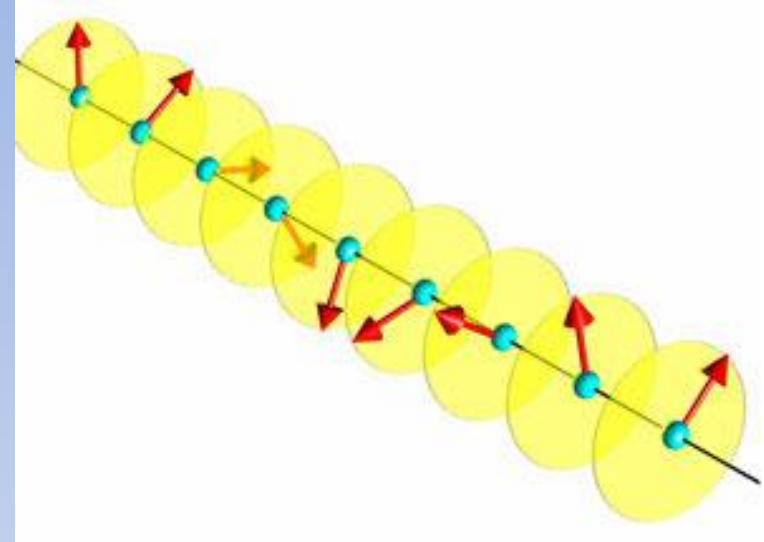
Спиральный магнитный порядок

$$E = NS^2 (J_1 \cos \theta + J_2 \cos 2\theta)$$

$$\frac{\partial E}{\partial \theta} = -NS^2 (J_1 + 4J_2 \cos \theta) \sin \theta$$

$$\cos \theta = -\frac{J_1}{4J_2}$$

фрустрация



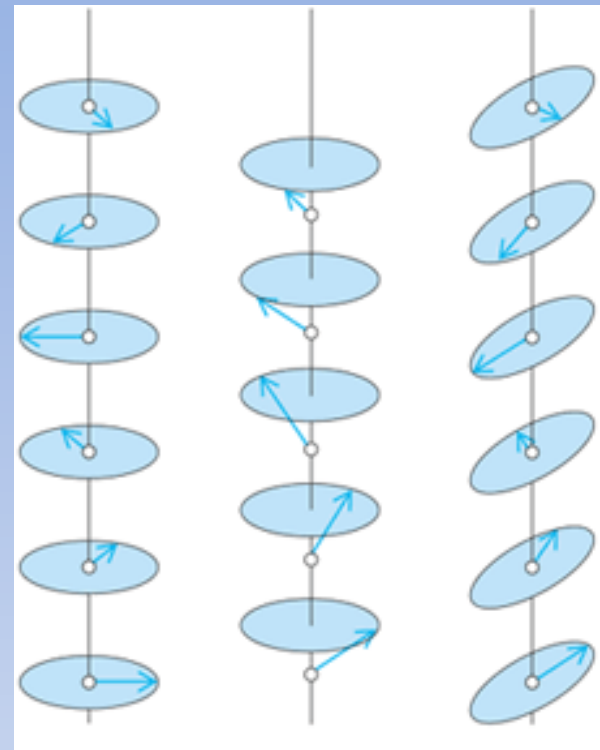
$$\mathcal{H}_{DM} = \mathbf{D} \cdot [\mathbf{S}_1 \times \mathbf{S}_2]$$

$$E = NS^2 (J_1 \cos \theta + D \sin \theta)$$

$$\frac{\partial E}{\partial \theta} = NS^2 (-J_1 \sin \theta + D \cos \theta)$$

$$\tan \theta = \frac{D}{J_1}$$

Упругое магнитное рассеяние в спиральной магнетике



$$\langle S_l^x \rangle = \langle S \rangle \cos(\mathbf{q}\mathbf{R}_l)$$

$$\langle S_l^y \rangle = \langle S \rangle \sin(\mathbf{q}\mathbf{R}_l)$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_f} \right)_{\text{el}} = (\gamma r_0)^2 |F(\mathbf{Q})|^2 e^{-2W} \sum_{l'} e^{i\mathbf{Q}(\mathbf{R}_l - \mathbf{R}_{l'})} \sum_{\chi\eta} \left(\delta_{\chi\eta} - \hat{Q}^\eta \hat{Q}^\chi \right) \langle S_{l'}^\chi \rangle \langle S_l^\eta \rangle$$

$$\sum_{l'} e^{i\mathbf{Q}(\mathbf{R}_l - \mathbf{R}_{l'})} \sum_{\chi\eta} \left(\delta_{\chi\eta} - \hat{Q}^\eta \hat{Q}^\chi \right) \langle S_{l'}^\chi \rangle \langle S_l^\eta \rangle$$

$$= \sum_{l'} e^{i\mathbf{Q}(\mathbf{R}_l - \mathbf{R}_{l'})} \left(\left(1 - (\hat{Q}^x)^2 \right) \langle S_{l'}^x \rangle \langle S_l^x \rangle \right.$$

$$\left. + \left(1 - (\hat{Q}^y)^2 \right) \langle S_{l'}^y \rangle \langle S_l^y \rangle - \hat{Q}^x \hat{Q}^y \langle S_{l'}^x \rangle \langle S_l^y \rangle - \hat{Q}^x \hat{Q}^y \langle S_{l'}^y \rangle \langle S_l^x \rangle \right)$$

Упругое магнитное рассеяние в спиральной магнетике

$$\begin{aligned}
 &= \langle S \rangle^2 \sum_{l'} e^{i\mathbf{Q}(\mathbf{R}_l - \mathbf{R}_{l'})} \left(\left(1 - (\hat{Q}^x)^2 \right) \cos(\mathbf{q}\mathbf{R}_{l'}) \cos(\mathbf{q}\mathbf{R}_l) \right. \\
 &+ \left(1 - (\hat{Q}^y)^2 \right) \sin(\mathbf{q}\mathbf{R}_{l'}) \sin(\mathbf{q}\mathbf{R}_l) - \hat{Q}^x \hat{Q}^y \cos(\mathbf{q}\mathbf{R}_{l'}) \sin(\mathbf{q}\mathbf{R}_l) \\
 &\left. - \hat{Q}^x \hat{Q}^y \sin(\mathbf{q}\mathbf{R}_{l'}) \cos(\mathbf{q}\mathbf{R}_l) \right) \\
 &= \langle S \rangle^2 \sum_{l'} e^{i\mathbf{Q}(\mathbf{R}_l - \mathbf{R}_{l'})} \left(\left(1 - \frac{1}{2} \left((\hat{Q}^x)^2 + (\hat{Q}^y)^2 \right) \right) \cos(\mathbf{q}(\mathbf{R}_{l'} - \mathbf{R}_l)) \right. \\
 &+ \left. \frac{1}{2} \left(-(\hat{Q}^x)^2 + (\hat{Q}^y)^2 \right) \cos(\mathbf{q}(\mathbf{R}_{l'} + \mathbf{R}_l)) - \hat{Q}^x \hat{Q}^y \sin(\mathbf{q}(\mathbf{R}_{l'} + \mathbf{R}_l)) \right) \\
 &= \langle S \rangle^2 \sum_{l'} \left(\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} (\hat{Q}^z)^2 \right) \frac{1}{2} \left(e^{i(\mathbf{Q}+\mathbf{q})(\mathbf{R}_l - \mathbf{R}_{l'})} + e^{i(\mathbf{Q}-\mathbf{q})(\mathbf{R}_l - \mathbf{R}_{l'})} \right) \right)
 \end{aligned}$$

Упругое магнитное рассеяние в спиральной магнетике

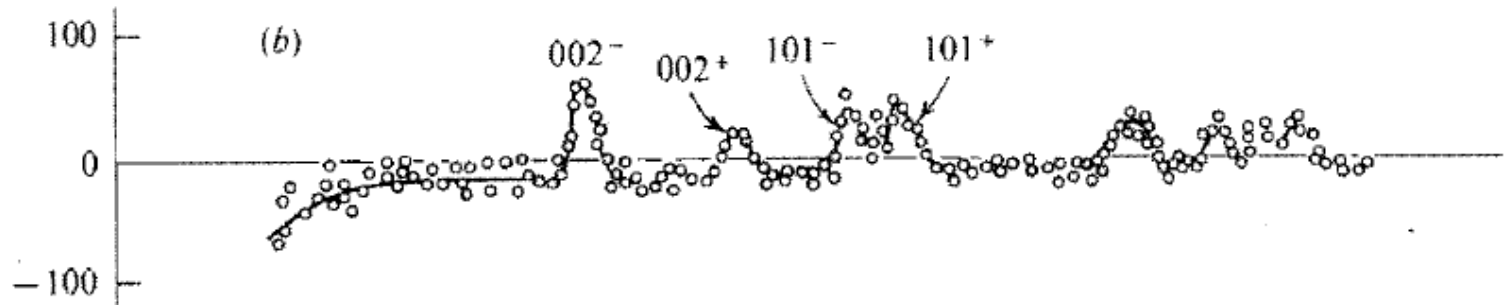
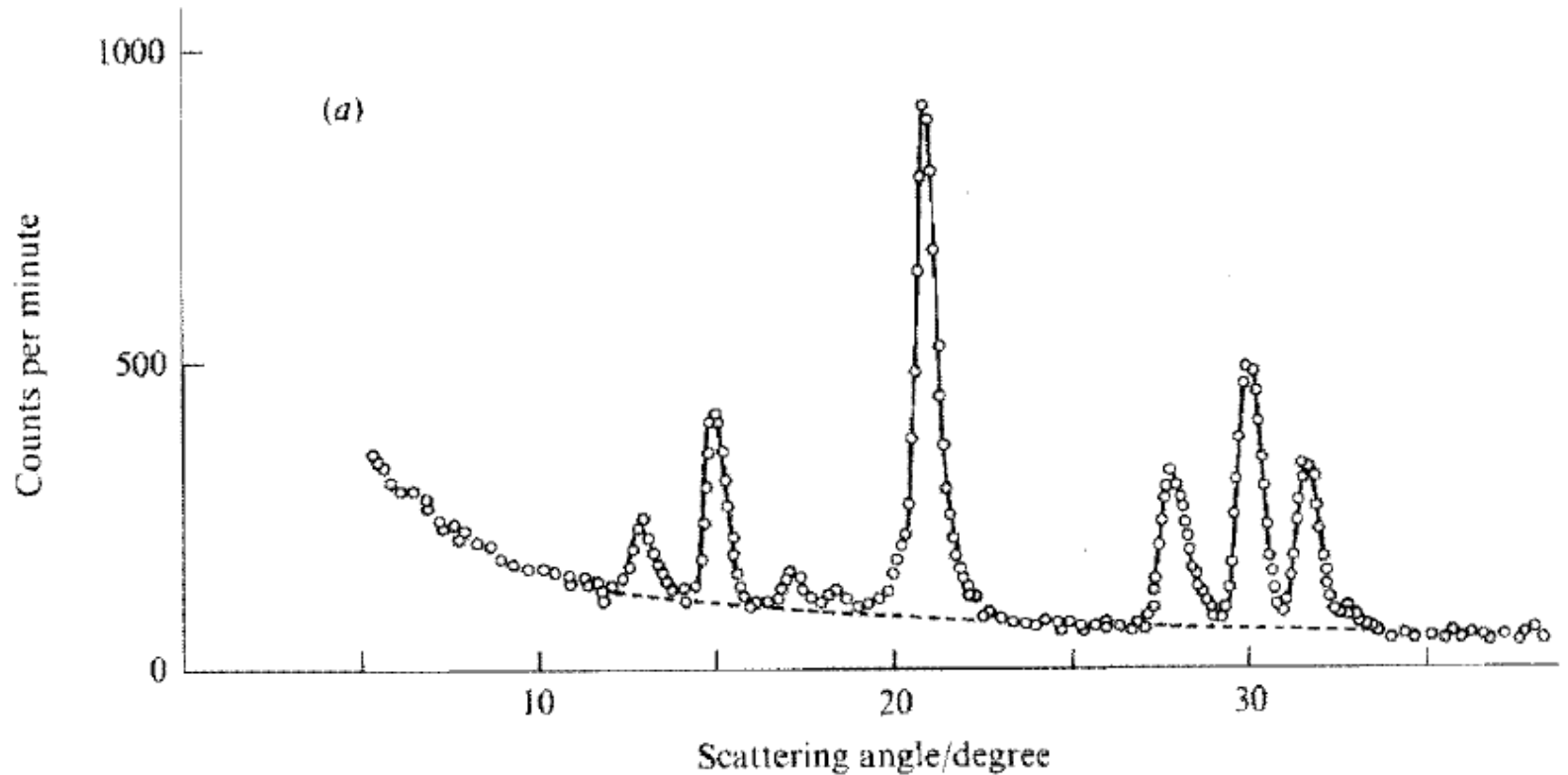
$$\sum_{ll'} e^{i\mathbf{Q}(\mathbf{R}_l - \mathbf{R}_{l'})} \sum_{\chi\eta} \left(\delta_{\chi\eta} - \hat{Q}^\eta \hat{Q}^\chi \right) \langle S_{l'}^\chi \rangle \langle S_l^\eta \rangle$$

$$= \frac{\langle S \rangle^2}{4} \left(1 + \left(\hat{Q}^z \right)^2 \right) \frac{(2\pi)^3}{v_0} N \sum_{\boldsymbol{\tau}} \left(\delta(\mathbf{Q} + \mathbf{q} - \boldsymbol{\tau}) + \delta(\mathbf{Q} - \mathbf{q} - \boldsymbol{\tau}) \right)$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_f} \right)_{\text{el}} = (\gamma r_0)^2 |F(\mathbf{Q})|^2 e^{-2W}$$

$$\times \frac{\langle S \rangle^2}{4} \left(1 + \left(\hat{Q}^z \right)^2 \right) \frac{(2\pi)^3}{v_0} N \sum_{\boldsymbol{\tau}} \left(\delta(\mathbf{Q} + \mathbf{q} - \boldsymbol{\tau}) + \delta(\mathbf{Q} - \mathbf{q} - \boldsymbol{\tau}) \right)$$

Упругое магнитное рассеяние в спиральной магнетике



Спиновые стекла

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{i \neq j} J_{ij} (\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j)$$

$$\mathcal{H} = -\sum_i \mathbf{S}_i \cdot \sum_{j \neq i} J_{ij} \mathbf{S}_j \cong g \mu_B \sum_i \left(\sum_j J_{ij} \langle \mathbf{S}_j \rangle \right) \cdot \mathbf{S}_i$$

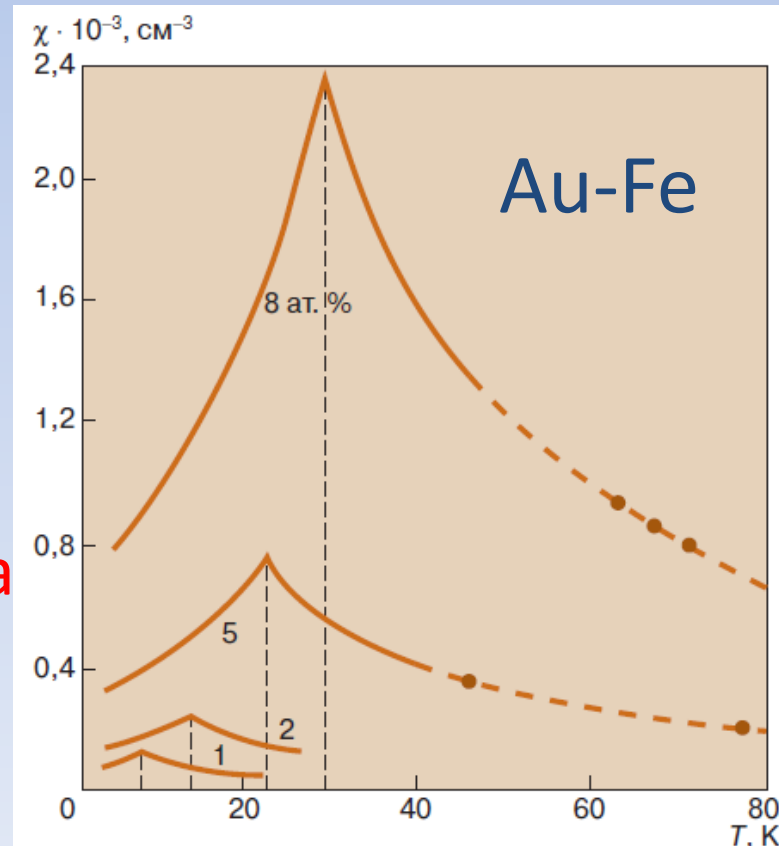
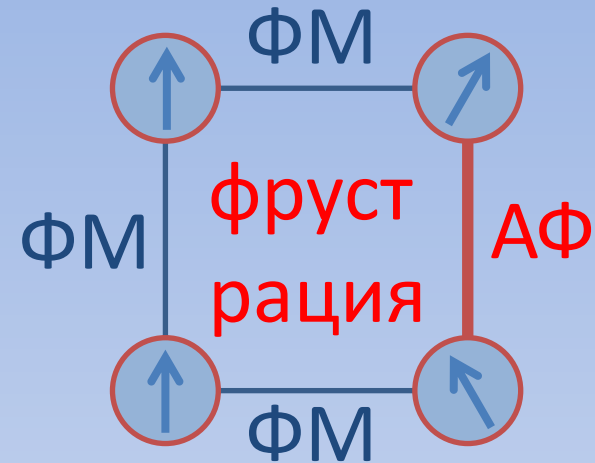
$$\langle \mathbf{S}_i \rangle = \frac{S+1}{3S k_B T} \sum_j J_{ij} \langle \mathbf{S}_j \rangle$$

$$\overline{J_{ij}} = 0 \quad \overline{\langle \mathbf{S}_i \rangle} = 0$$

$$\overline{\langle \mathbf{S}_i \rangle^2} = \left(\frac{S+1}{3S k_B T} \right)^2 \overline{z (J_{ij})^2 \langle \mathbf{S}_j \rangle^2} \neq 0$$

$$k_B T_f \sim \sqrt{\overline{z (J_{ij})^2}} \quad \text{Параметр порядка Эдвардса-Андерсона}$$

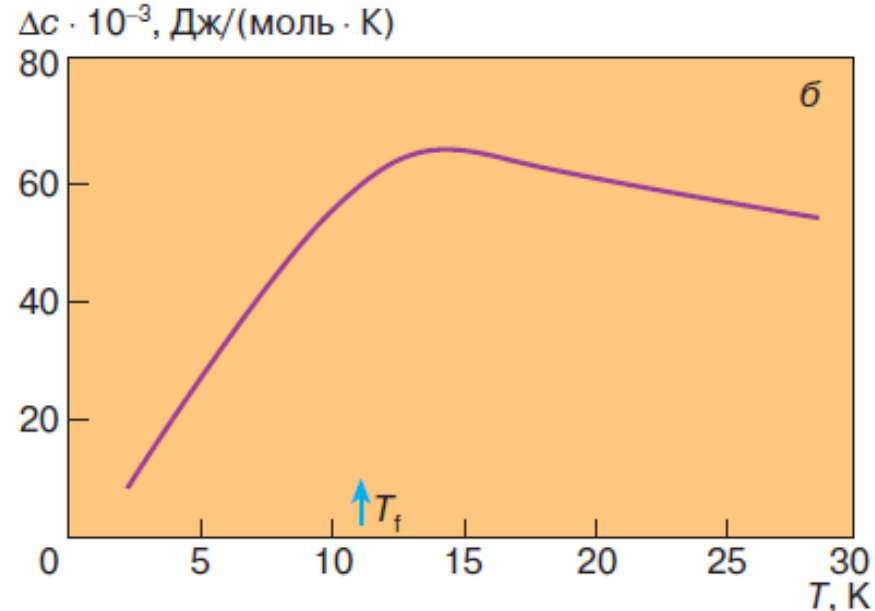
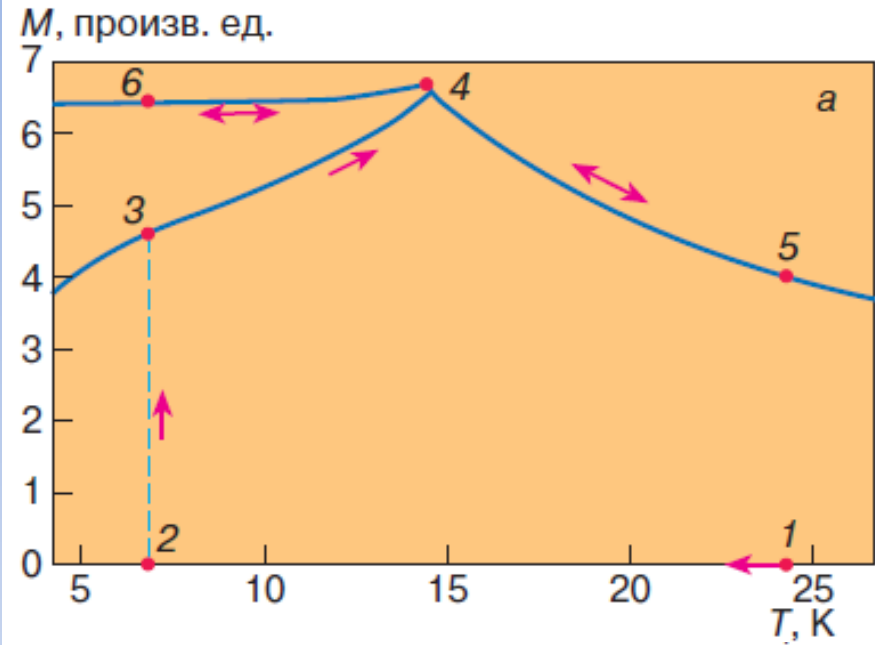
Неэргодическая фаза при $T < T_f$ с бесконечно вырожденным ОС



Основные экспериментальные результаты

Восприимчивость образца зависит от предыстории

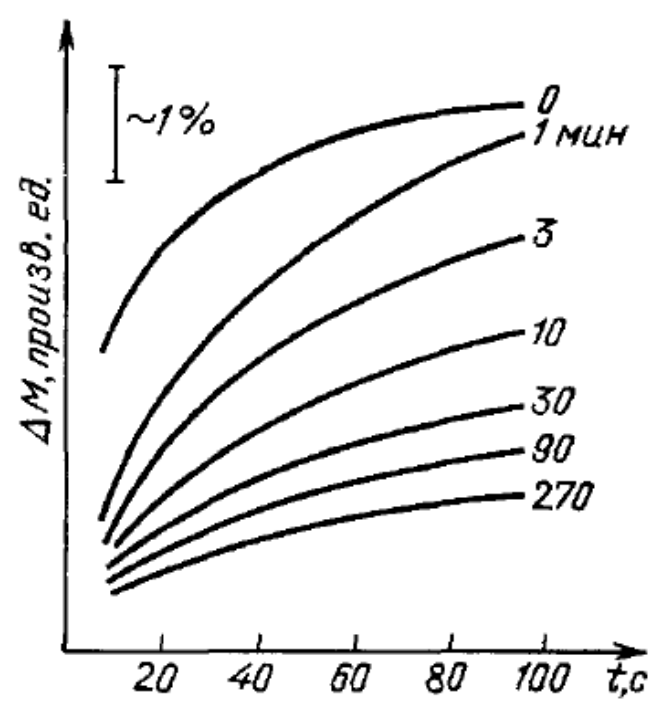
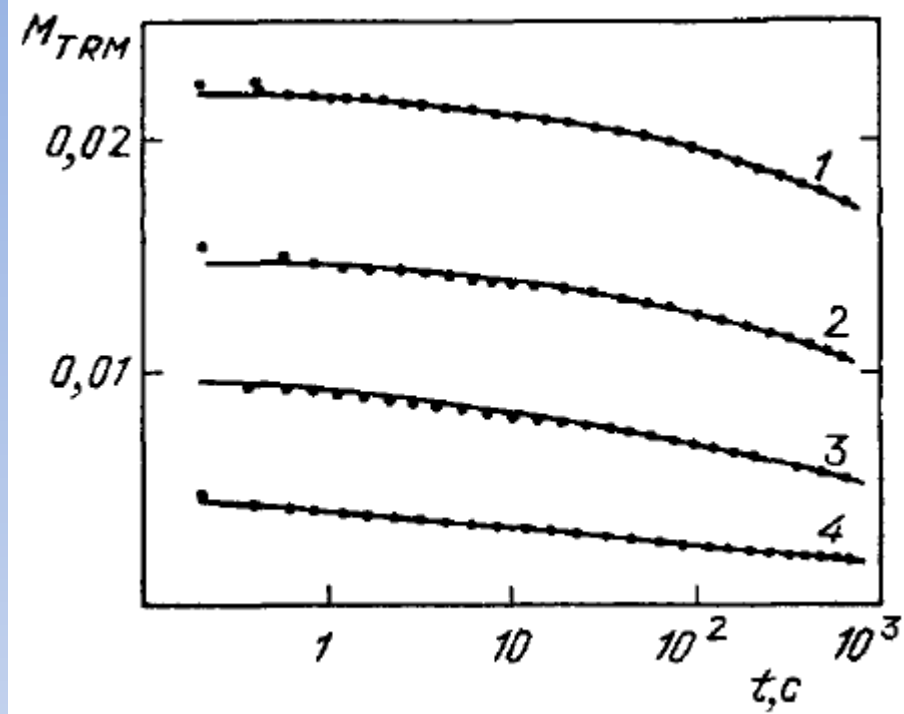
Плавный максимум теплоемкости выше T_f и линейная зависимость от T при $T \ll T_f$



Изменение со временем намагниченности при $T < T_f$ и включении/выключении поля.

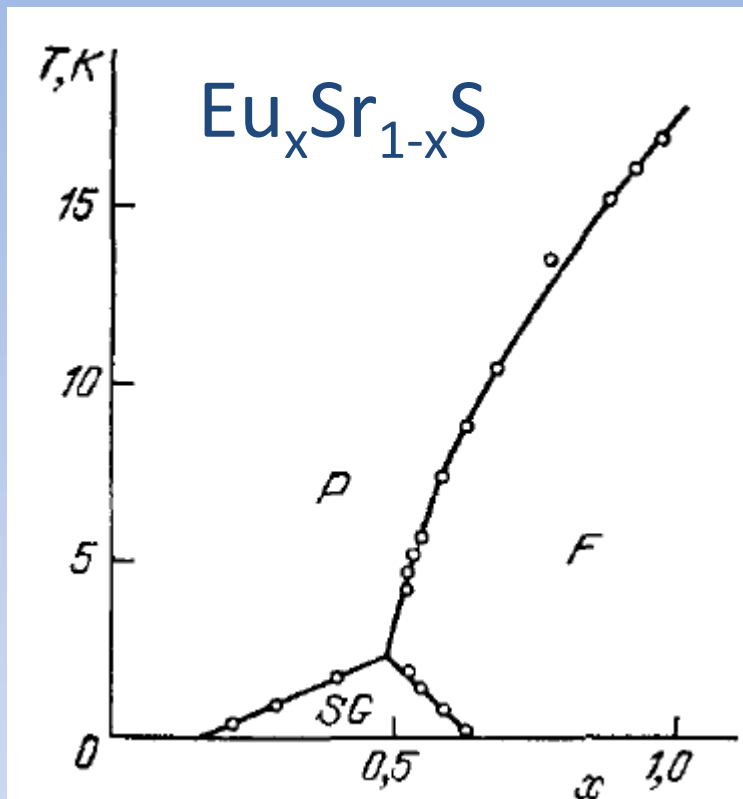
Времена релаксации $\sim 10^5 - 10^6$ с.

$$M(T, t) = M_0(T) + A(T) / \ln t$$



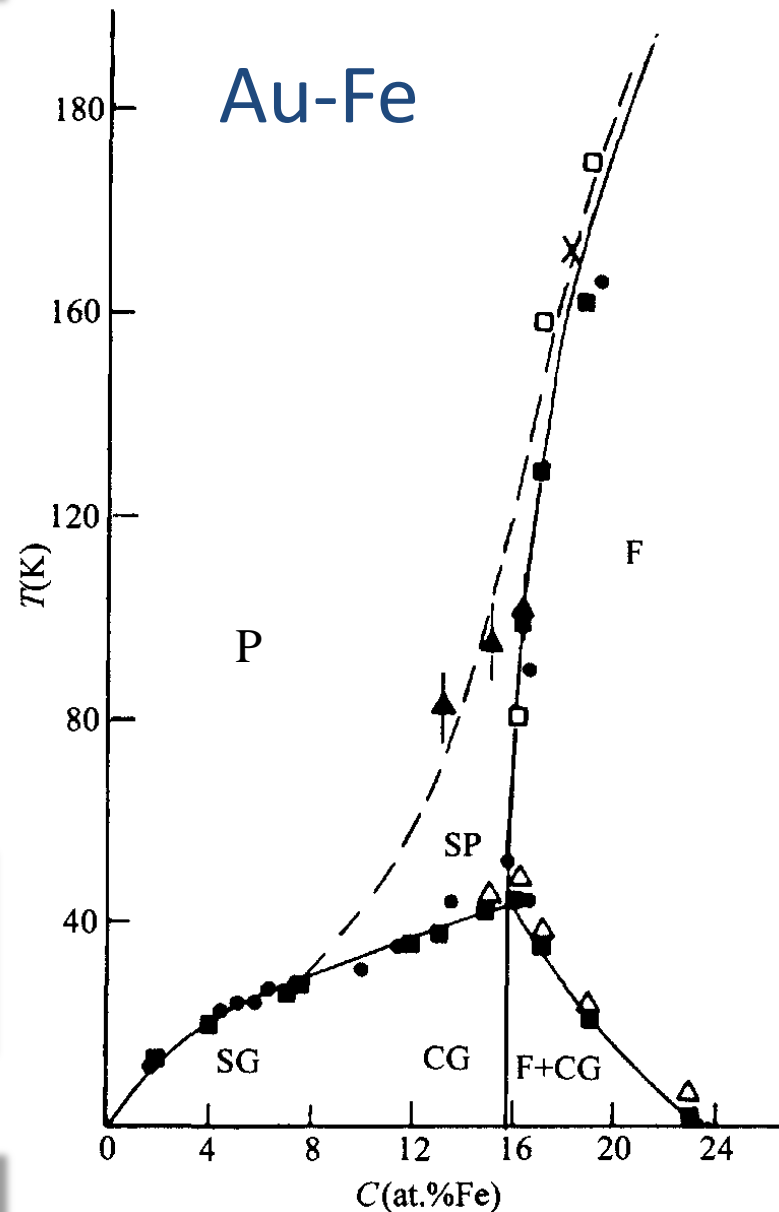
Эффекты памяти (или «старения») спиновых стекол. Зависимость релаксации от времени ожидания до включения/выключения поля

Возвратный переход



Кластерное стекло
(микромагнетик)

Предел перколяции



Спиновые жидкости

$$\mathcal{H} = J \sum_i \mathbf{S}_{1,i} \mathbf{S}_{2,i} + J' \sum_{\langle i,l \rangle} (\mathbf{S}_{1,i} \mathbf{S}_{1,l} + \mathbf{S}_{2,i} \mathbf{S}_{2,l})$$

$$S = \frac{1}{2}$$

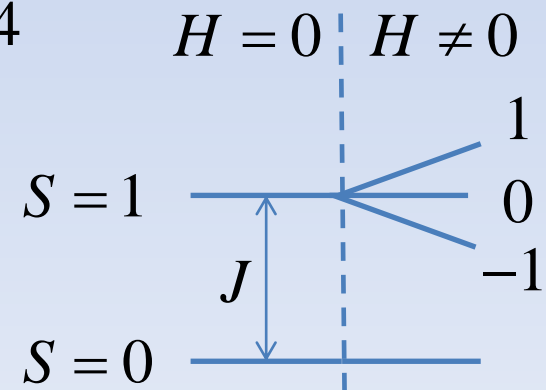
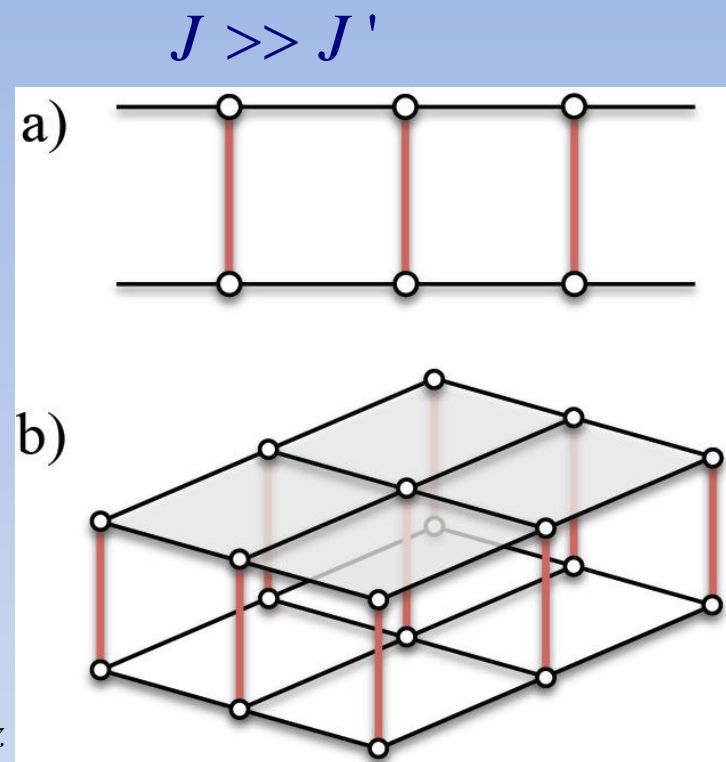
- $\langle \mathbf{S}_j \rangle = 0$
- $\langle S_0^\alpha S_j^\beta \rangle \sim e^{-R_j/\xi}$
- щель в спектре

$$g\mu_B \mathbf{H} \cdot (\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2) = g\mu_B H (S_{1z} + S_{2z}) = g\mu_B H S_z$$

$$(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2) = \frac{1}{2} (\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2)^2 - \frac{1}{2} (\mathbf{S}_1^2 + \mathbf{S}_2^2) = \frac{1}{2} S(S+1) - \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle + |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle), \quad |\uparrow\rangle|\uparrow\rangle, \quad |\downarrow\rangle|\downarrow\rangle$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle - |\downarrow\rangle|\uparrow\rangle)$$



$$M = \frac{2\mu_B e^{-(J-2\mu_B H)/k_B T} - 2\mu_B e^{-(J+2\mu_B H)/k_B T}}{1 + e^{-(J-2\mu_B H)/k_B T} + e^{-J/k_B T} + e^{-(J+2\mu_B H)/k_B T}}$$

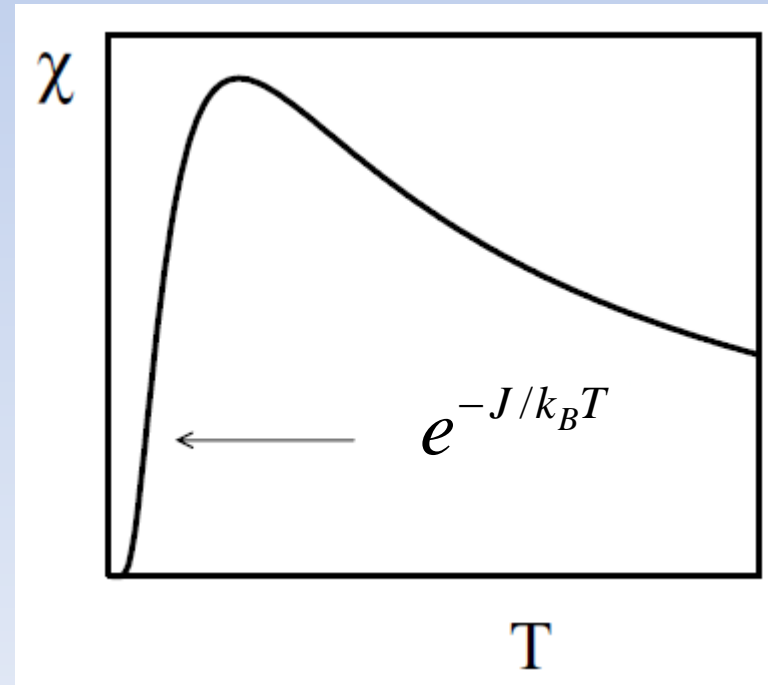
$$= 2\mu_B e^{-J/k_B T} \frac{e^{2\mu_B H/k_B T} - e^{-2\mu_B H/k_B T}}{1 + e^{-(J-2\mu_B H)/k_B T} + e^{-J/k_B T} + e^{-(J+2\mu_B H)/k_B T}}$$

$T \ll J$

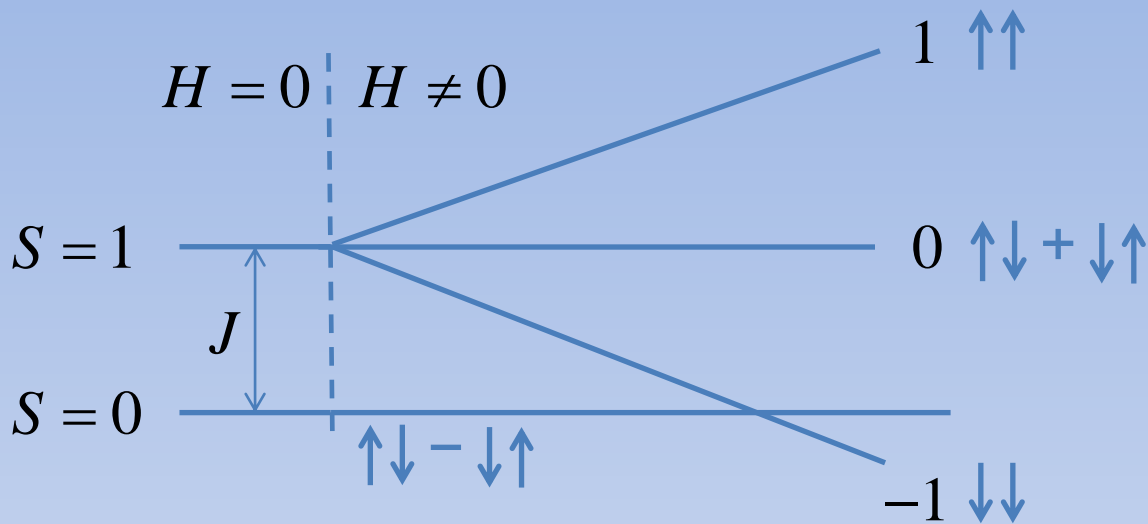
$$M \approx \frac{8\mu_B^2}{k_B T} e^{-J/k_B T} H \quad \Rightarrow \quad \chi \approx \frac{8\mu_B^2}{k_B T} e^{-J/k_B T}$$

$T \gg J$

$$M \approx \frac{2\mu_B^2}{k_B T} H \quad \Rightarrow \quad \chi \approx \frac{2\mu_B^2}{k_B T}$$



$$(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2) + g\mu_B \mathbf{H} \cdot (\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2)$$



$$\mathcal{H} = J \sum_i \mathbf{S}_{1,i} \mathbf{S}_{2,i} + J' \sum_{\langle i,l \rangle} (\mathbf{S}_{1,i} \mathbf{S}_{1,l} + \mathbf{S}_{2,i} \mathbf{S}_{2,l}) + g\mu_B \mathbf{H} \sum_i (\mathbf{S}_{1,i} + \mathbf{S}_{2,i})$$

$$J \gg J'$$

