Проверка квантовой электродинамики

В.Ф.Ежов

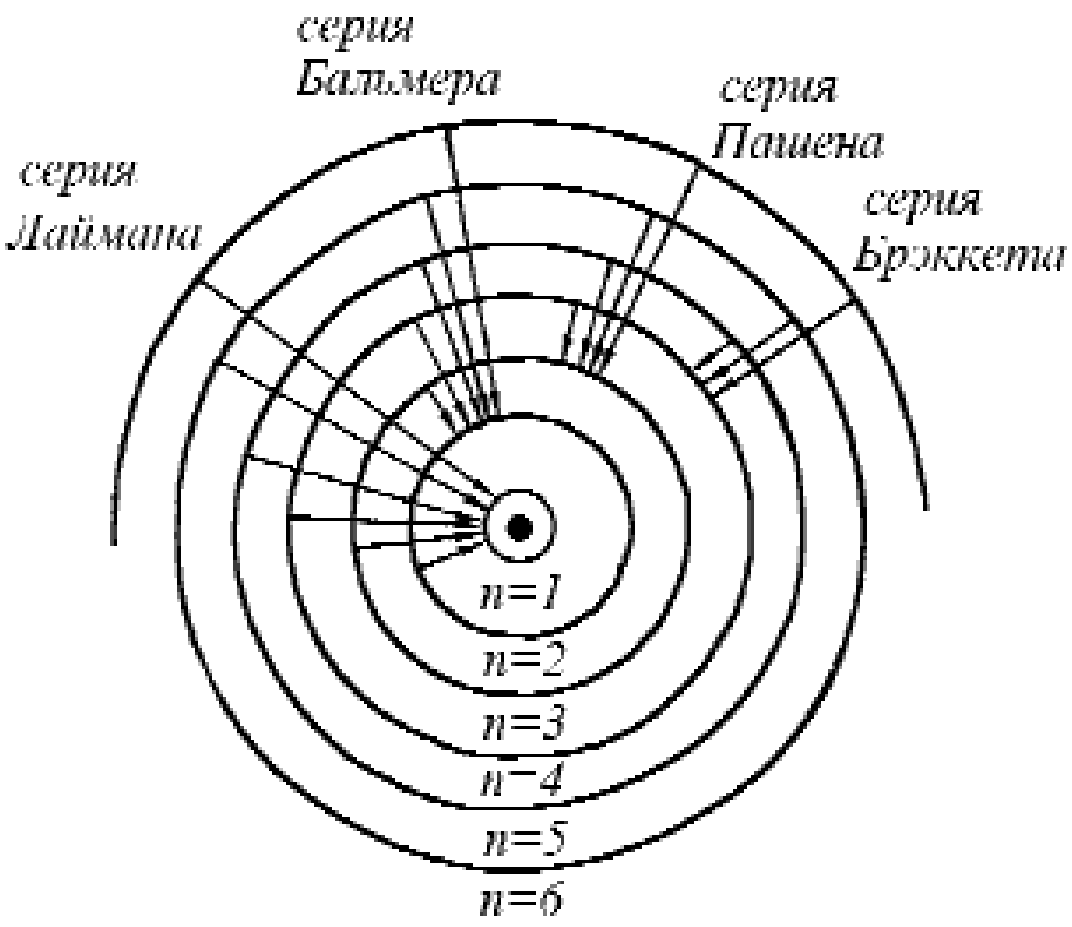
Тонкая структура атома водорода

- В 1885 г. Бальмер обнаружил, что длины волн 14 линий спектра атома водорода подчиняются простому соотношению:
- $$\lambda = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 4}, \quad n=3,4\ldots, \quad \lambda_0 \text{ – константа}$$
- Удобнее эту формулу выразить в волновых числах. Волновое число $\nu=10^8/\lambda_v$ – число длин, укладывающихся в 1 см.
- λ_v – длина волны в вакууме в Å (ангстремах).
- В этом случае формула переписывается в виде:
- $$\nu = A - \frac{R}{n^2}$$

$$\nu = A - \frac{R}{n^2}$$

- Для $n = \infty$
- $\nu_\infty = A = 27419.4$ см$^{-1}$, соответственно
- $\lambda_\infty = 3646.13$ Å, а
- R=109737.3 см$^{-1}$
- Ридберг заметил, что имеется простое соотношение

$$A = \frac{R}{2^2} \Rightarrow \nu = \frac{R}{2^2} - \frac{R}{n^2}$$


серия
Бальмера
серия
Пашена
серия
Лаймана
серия
Брэккета
n=1
n=2
n=3
n=4
n=5
n=6

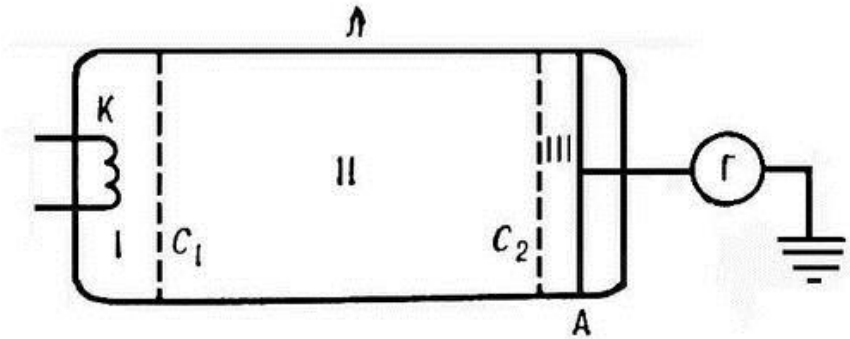
- **В 1913 г. датский физик Нильс Бор (1885--1962) попытался связать в единое целое эмпирические закономерности линейчатых спектров, ядерную модель атома Резерфорда и квантовый характер излучения и поглощения света. В основу теории Бор положил два постулата.**
- **Первый постулат: в атоме существуют стационарные (не изменяющиеся со временем) состояния, в которых он не излучает энергии. Стационарным состояниям атома соответствуют стационарные орбиты, по которым движутся электроны.**
- **В стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по круговой орбите, должен иметь дискретные квантованные значения момента импульса, удовлетворяющие условию**

$$m_e v r_n = n\hbar \quad (n = 1, 2, 3, \ldots),$$

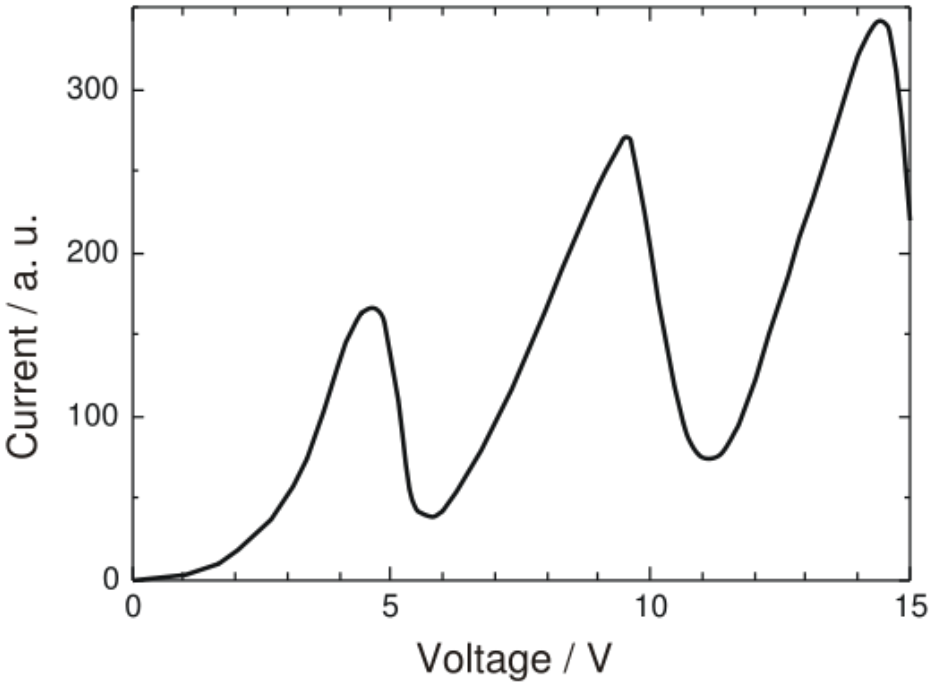
где m, - масса электрона, v - его скорость по n-й орбите радиуса r_n, $\hbar = h/(2\pi)$.

- **Второй постулат Бора (правило частот): при переходе электрона с одной стационар ной орбиты на другую излучается (поглощается) один фотон с энергией**
    - $h\nu = (E_n - E_m)$
- **равной разности энергий соответствующих стационарных состоянии. При $E_m<E_n$ происходит излучение фотона, при $E_m>E_n$- его поглощение (переход атома в состояние с большей энергией, т. е. переход электрона на более удаленную от ядра орбиту).**
- **Набор возможных дискретных частот $\nu = (E_n - E_m)/h$ квантовых переходов и определяет линейчатый спектр атома.**

Опыты Франка и Герца



К катоду *К* и сетке C_1 электровакуумной трубки, наполненной парами Hg (ртути), прикладывается разность потенциалов U, ускоряющая электроны, и снимается зависимость силы тока I от U. К сетке C_2 и аноду *А* прикладывается замедляющая разность потенциалов. Ускоренные в области I электроны испытывают соударения с атомами Hg в области II. Если энергия электронов после соударения достаточна для преодоления замедляющего потенциала в области III, то они попадут на анод. Следовательно, показания гальванометра Г зависят от потери электронами энергии при ударе.



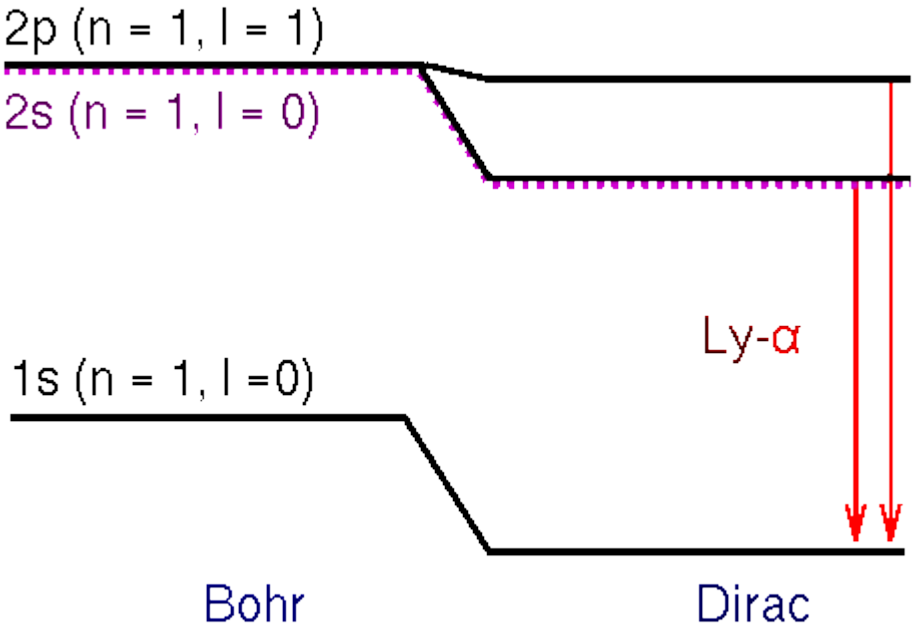
Значение длины волны λ = 253,7 нм свечения паров Hg, возникавшее при U > 4,9 В, оказалось в соответствии со вторым постулатом Бора

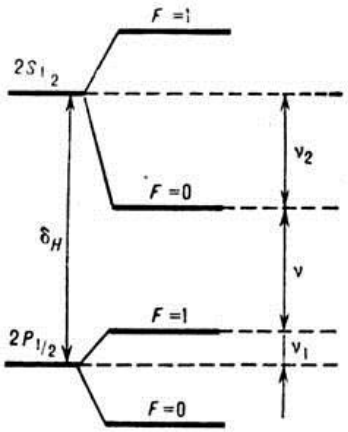
$$E_1 - E_0 = \frac{hc}{\lambda}$$

Атом водорода – уравнение Дирака

- **До 1947 г. никакой проблемы фактически не существовало. Спектр атома водорода теоретически хорошо описывался уравнением Дирака для одного электрона во внешнем поле. Многочисленные экспериментальные исследования, проводившиеся оптическими методами, в пределах ошибок опыта хорошо подтверждали выводы теории. В частности, подтверждалось предсказанное теоретически совпадение $2S_{1/2}$ и $2P_{1/2}$ уровней.**
- **Эксперименты некоторых авторов, правда, указывали на возможность небольшого расщепления этих уровней, но эти результаты не были убедительны, так как получавшееся расщепление имело порядок вероятной ошибки измерения.**

- Теория Бора тоже не давала удовлетворительного объяснения этому явлению. Появлялись модификации и усовершенствования этой теории.
- В Арнольд Зоммерфельд в 1916 г. учел влияние релятивистских эффектов на движение электрона и установил, что при $n = 2$ (это конечное состояние при переходе, ответственном за линию H_a) в действительности имеется два возможных состояния с разностью энергии $$\Delta E_2 = \frac{1}{16}\alpha^2 hcR\,[1 + O(\alpha^2)],$$





Сдвиг уровней водорода состояний и .
Расчет положения уровней энергии атома без учета (слева) и с учетом (справа) взаимодействия с вакуумными флуктуациями поля.

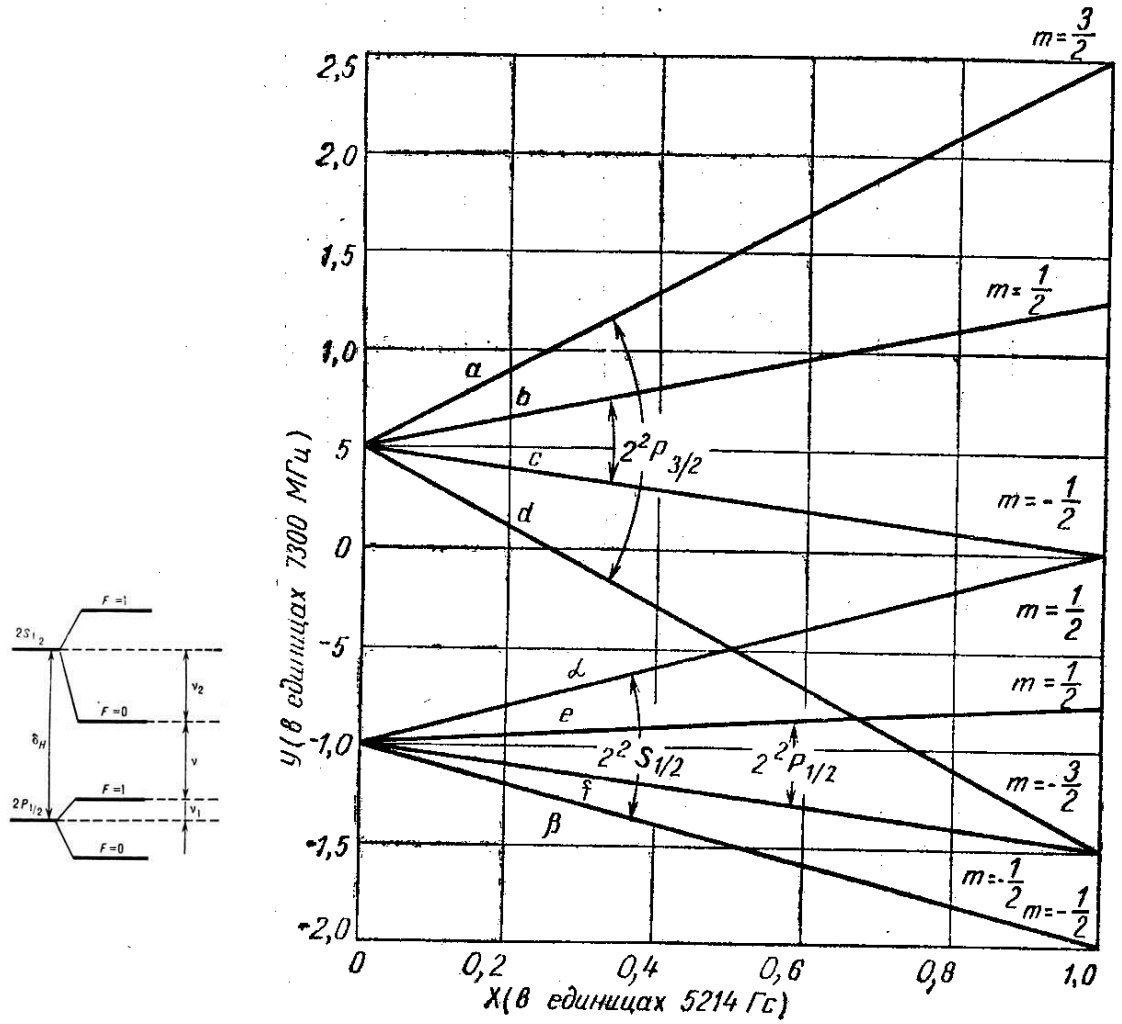
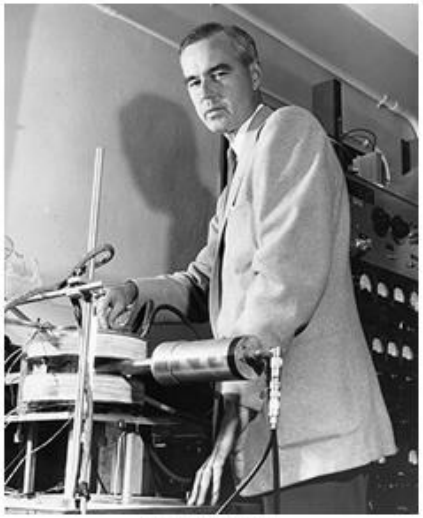


Рис. 7.2. Зеемановское расщепление уровней с $n=2$ в водороде.

По вертикальной оси отложена энергия в единицах $^2/_3\,(E_+ - E_-)$ (соответствующая этой единице энергии частота равна 7300 МГц). E_+ и E_- — энергии верхнего ($2^2P_{3/2}$) и нижнего ($2^2P_{1/2}$, $2^2S_{1/2}$) состояний в отсутствие внешнего магнитного поля. За нуль отсчета выбран „центр тяжести" этих состояний $^1/_3\,(2E_+ + E_-)$. По горизонтальной оси отложено значение магнитного поля в единицах $2\,(E_+ - E_-)/3\mu_0 = 5214$ Гс, где $\mu_0 = e\hbar/mc$ — магнетон Бора [*Phys. Rev.*, **79** (1950), стр. 559, рис. 12].

- **Применение радиочастотной техники позволило повысить точность измерений на много порядков. Лежавший на пределе возможностей оптических методов сдвиг $2S_{1/2}$ и $2P_{1/2}$ уровней в 1947 г. был с достоверностью обнаружен Лэмбом и Ризерфордом а в 1952 г. измерен с точностью до 10^{-10} по отношению к основному терму атома водорода. Такая точность (десять знаков!) еще не была достигнута вообще ни в одном физическом измерении.**
- **Успехи экспериментальной техники стимулировали развитие теории. Если исходить из строгих уравнений квантовой электродинамики для атома водорода, то оказывается, что уравнение Дирака для частицы в кулоновском поле получается лишь как первое неисчезающее приближение теории возмущений. Следующие приближения должны были давать соответствующие поправки.**


Уиллис Лэмб

Лэмб и Ризерфорд «прежде всего задались вопросом, позволяет ли современная микроволновая техника успешно и точно определить тонкую структуру спектра водорода по поглощению соответствующего излучения, возникающего при газовом разряде... Предварительные прикидки скорее отпугивали». Оценки сечения поглощения и возможного числа возбужденных атомов указывали на то, что величина поглощения, обусловленная атомными переходами, должна быть совершенно ничтожной на фоне основного вклада, вносимого свободными электронами, возникающими при разряде. И тогда у Лэмба и Ризерфорда возникла мысль о возможности иного подхода.

- В радиочастотной спектроскопии два метода
- Поглощение – применяется в обычной микроволновой спектроскопии, когда излучение проходит длинный путь в поглощающем газе
- Резонансный метод молекулярных пучков в радиочастотной области

Идея

- Переход 2P → 1S – разрешенный
- Энергия фотона 1216 Å время жизни $1.595 \cdot 10^{-9}$ с
- При скорости 800 м/с; атом пролетит $1.3 \cdot 10^{-3}$ см
- Переход 2S → 1S – запрещен по моменту, возможен только двухфотонный переход (время жизни 0.1 с)
- Состояние $2S_{1/2}$ метастабильное – такие состояния остаются в пучке
- Нужно осуществить резонансный переход
- 2S → 2P и число возбужденных состояний сократится
- Остается только зарегистрировать число оставшихся возбужденных атомов, т.е. нужно придумать детектор

Вопросы

- Есть ли метастабильные атомы в пучке? В полностью изолированном атоме – да, а в пучке?
- Состояния $2S_{1/2}$ и $2P_{1/2}$ вырождены, однако электрическое поле смешивает эти состояния
- При электрическом поле 10 в/см время жизни 2S всего в 5 раз превышает 2P
- Можно снять вырождение магнитным полем

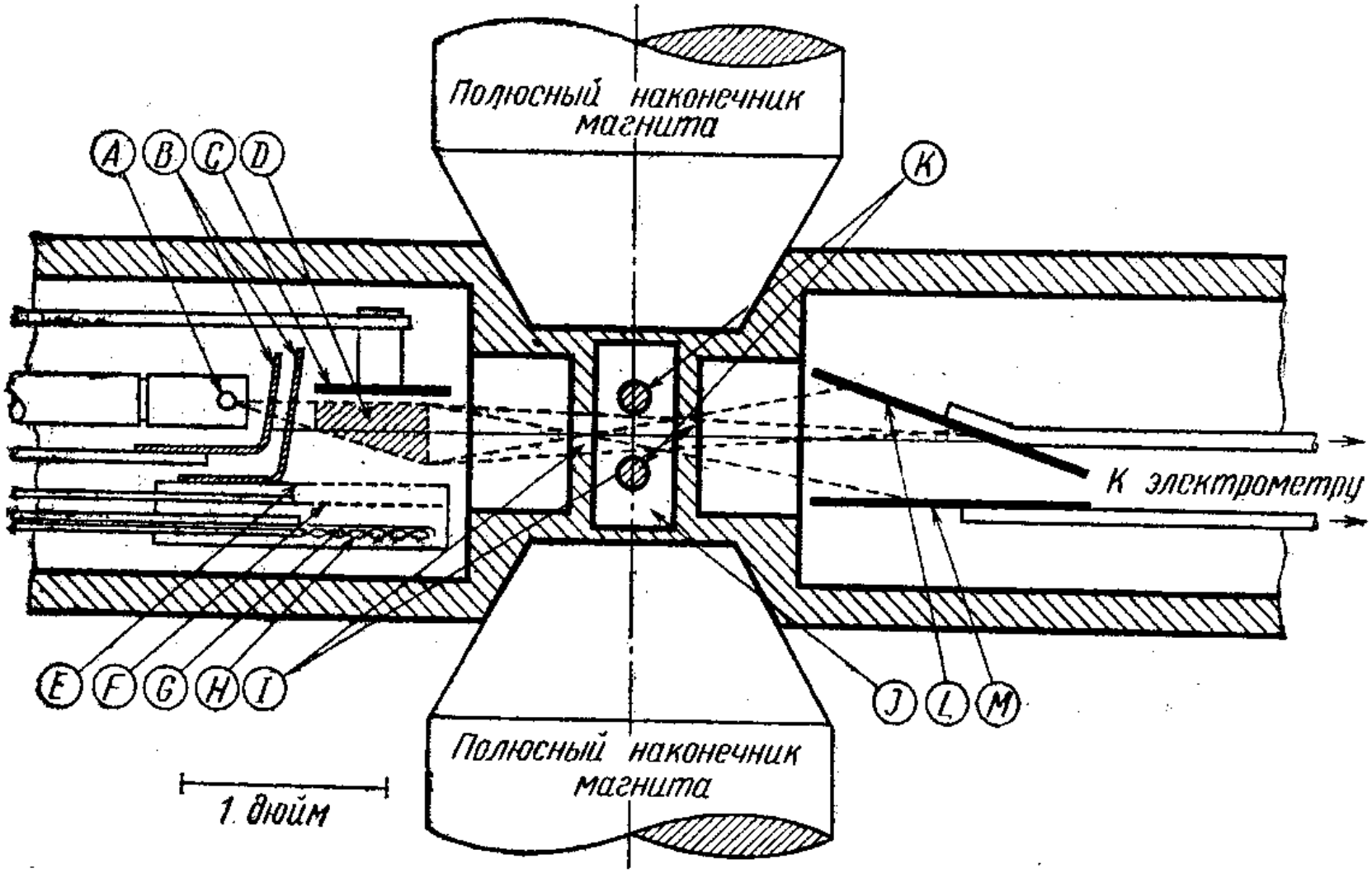


Рис. 7.4. Поперечное сечение установки.

A — печь водородного диссоциатора: *B* — экранирующие диафрагмы; *C*, *E*, *F*, *G*, *H* — элементы устройства для электронной бомбардировки; *D* — область бомбардировки, *I* — щели, *J* — волновод; *K* — линия передачи; *L*, *M* — детектор метастабильных атомов. Остальные детали описаны в тексте [*Phys. Rev.*, **79** (1950), стр. 564, рис. 19].

Сигнал *S*, воспринимаемый детектором

$$S = \frac{n_0 a X A I \sigma \mu \, \delta \eta}{4\pi R^2 h} \text{ электронов/с.}$$

***n_0* — число атомов или молекул в единице объема вольфрамового тигля;**

***a* — площадь отверстия в стенке тигля,**

***X* — степень диссоциации,**

***A* — площадь детектора,**

I — ток электронов, бомбардирующих атомы (электроны/с),

μ - доля атомов, которые сохраняют метастабильное состояние, пройдя через любые существующие в установке электрические поля

***δ* - доля метастабильных атомов, испытавших отдачу в направлении, не исключающем возможности их попадания на детектор**

η - эффективность эмиссии электронов с поверхности детектора при попадании на него метастабильных атомов водорода.

***σ* — сечение возбуждения атомов из основного состояния в метастабильное,**

***R* — расстояние между детектором и щелью в тигле,**

***h* — размер области, занимаемой электронным пучком.**

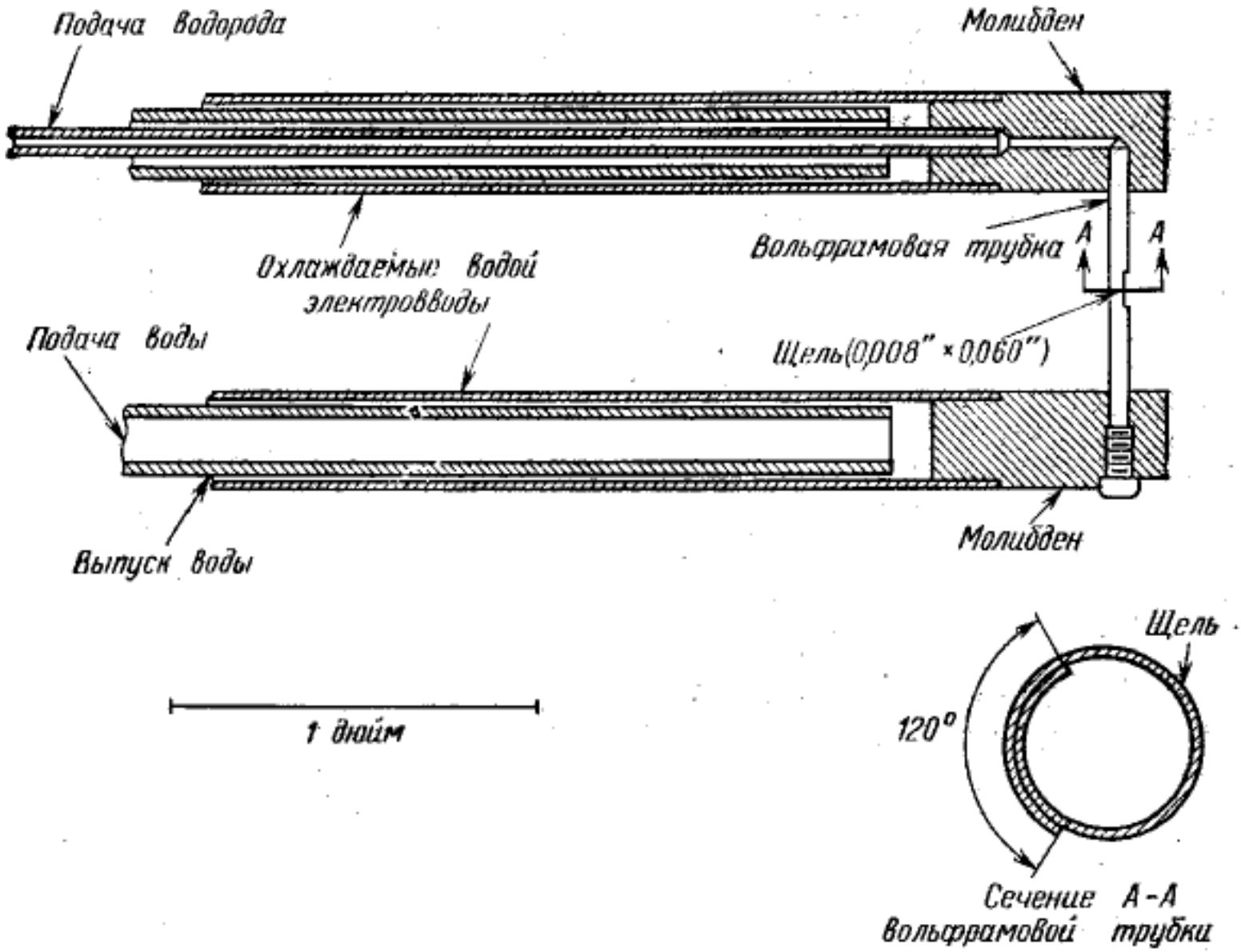


Рис. 7.5. Устройство водородного диссоциатора [*Phys. Rev.*, **79** (1950), стр. 564, рис. 20].

- Разница в энергии, найденная Лэмбом и Ризерфордом для перехода между и составила ~1060 МГц.
- Измерение лэмбовского сдвига было выполнено при помощи двойного атомного интерферометра. Было получено значение 1057,8514(19)МГц.
- Современное теоретическое значение лэмбовского сдвига в водороде $L_{теор.}$= (1058,911 ± 0,012) Мгц

- Сдвиг энергии обусловливается нулевыми флуктуациями, т. е. не равными нулю среднеквадратичными значениями напряженностей электрического (***E***) и магнитного (***B***) полей, под действием которых электрический заряд оказывается эффективно как бы размазанным.
- Это уменьшает действие кулоновского потенциала и повышает уровень энергии s-состояний. Эффекты, связанные с поляризацией вакуума, т. е. с рождением электрон-позитронных пар, дают относительно малый вклад в Лэмбовский сдвиг

,

Нулевые колебания поля увеличивают энергию электрона. Радиус орбиты электрона заменяется на величину

$$(r + \delta r)$$

Это изменяет силу Кулоновской связи электрона с ядром, поэтому вырождение уровней и состояний снимается. Новую энергию уровней можно записать как (используются атомные единицы):

$$\langle E_{\mathrm{pot}} \rangle = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \left\langle \frac{1}{r + \delta r} \right\rangle .$$

$$\Delta E_{\mathrm{Lamb}} = \alpha^5 m_e c^2 \frac{k(n,0)}{4n^3} \text{ for } \ell = 0$$

$$\Delta E_{\mathrm{Lamb}} = \alpha^5 m_e c^2 \frac{1}{4n^3} \left[k(n,\ell) \pm \frac{1}{\pi(j+\frac{1}{2})(\ell+\frac{1}{2})} \right] \text{ for } \ell \neq 0 \text{ and } j = \ell \pm \frac{1}{2},$$

Перенормировка

- **О перенормировке массы в системах с бесконечным числом степеней свободы знали давно — еще в XIX веке.**
- **Представим себе сферическое тело массой M_0, которое движется со скоростью v в идеальной жидкости. Из гидродинамики известно, что кинетическая энергия системы, состоящей из этого тела и увлекаемой им жидкости, равна (1/2) Mv^2. где $M = M_0 + \delta M$, причем δM — присоединенная масса, равная половине массы жидкости, вытесняемой телом, а сила, приложенная к телу, создает ускорение, обратно пропорциональное *M*.**
- **Таким образом, динамические законы в жидкости остаются теми же. что и в вакууме, но масса может измениться весьма значительно. Например, помещая шарик пинг-понга в сосуд с ртутью, мы имеем дело с объектом, в 80 раз более массивным, чем тот, которым привыкли играть в обычных условиях.**
- **Если тело нельзя извлечь из жидкости, то его инертные свойства характеризуются перенормированной массой M, а измерение M_0 становится невозможным. Исходя из аналогии между гидродинамической средой и эфиром.**
- **Дж.Дж.Томсон ввел понятие электромагнитной массы электрона δm, которую нужно добавить к его механической массе то, чтобы получить наблюдаемую массу *m*.**

Перенормировка -- проблема

- Вакуум в квантовой теории поля играет роль среды, которая перенормирует массы и константы связи.
- Беда в том, что для физически интересных лагранжианов такие перенормировки оказываются бесконечными или, выражаясь более технически, вычисление поправок к массам и константам связи по фейнмановским правилам наталкивается на ультрафиолетовые расходимости.

Перенормировка -- решение

- В квантовой теории поля для устранения расходимостей была предложена Фейнманом, Томонагой и Швингером процедура перенормировки. Она дает:

1. Введение в уравнения параметров, имеющих физический смысл
2. Устранение из теории расходимостей, не имеющих физического смысла

Условие ренормализационной инвариантности

- Физические величины, вычисленные с помощью первоначальных и новых параметров должны совпадать
- Что это означает?

Физический смысл перенормировок.

- **Рассмотрим сначала какую-нибудь теорию в отсутствии взаимодействия. Мы можем определить некоторые физические наблюдаемые, которые характеризуют нашу теорию, например, массу, как параметр, связывающий энергию и импульс частицы.**
- **Теперь включим взаимодействие. При этом за счет взаимодействия у частицы появится "шуба" и эти наблюдаемые могут, в принципе, измениться.**
- **В механике: шарик в жидкости. Взаимодействие с жидкостью приводит к тому, что отклик на силу, приложенную к шару (т.е. ускорение) -- другой, по сравнению с откликом шара в пустоте.**
- **Взаимодействие приводит еще и к тому, что при постоянной приложенной силе ускорение не будет постоянным. Все это присутствует и в квантовой теории поля.**
- **Важное отличие: в случае шарика можно измерить неперенормированное значение физической величины, выключив взаимодействие (что соответствует измерению в пустоте), а в квантовой теории этого сделать нельзя.**

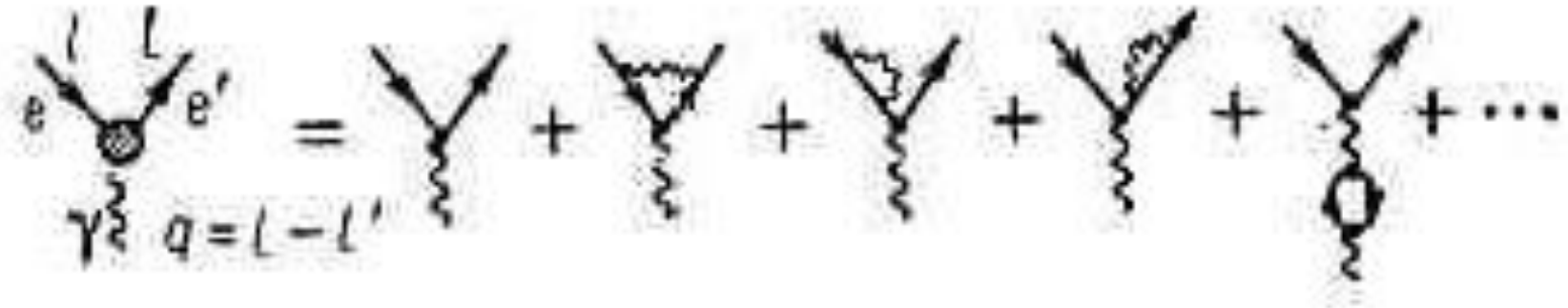
Перенормировка электрического заряда

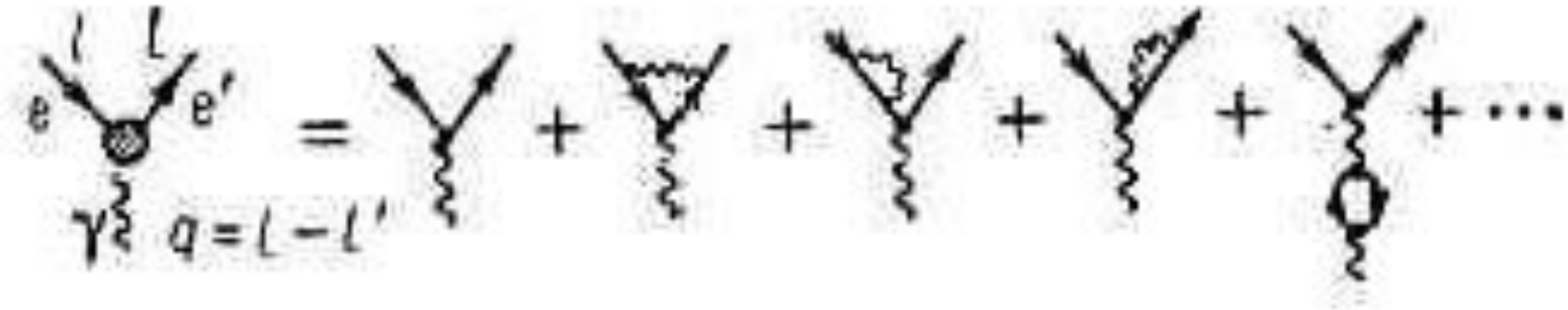
- Величина заряда электрона определяется через силу, действующую на него в реальном эл.-магн. поле.
- Результатом действия силы может быть отклонение движущегося эл-на полем заряженнного источника.
- Если после взаимодействия с полем источника электрон изменил свой четырёхмерный 4-импульс *l* на *l*', то это означает, что, обменявшись с источником виртуальным фотоном, электрон передал источнику импульс

$$q = l - l'$$

Перенормировка электрического заряда

- В КТП такой процесс описывается суммой Фейнмана диаграмм, составляющих вершинную функцию E(m*), зависящую от массы виртуального фотона m*=$\sqrt{|q^2|}$/c играющую роль эффективного заряда.





- Эта сумма имеет вид ряда по «затравочному» заряду e_0 — параметру в исходных уравнениях теории поля, характеризующему интенсивность взаимодействия,
- $E(m^*, e_0) = e_0 + \frac{{e_0}^3}{\hbar c} f_1(m^*) + \cdots$
- (где f_1 — функция от m*), причём первое слагаемое описывает первую диаграмму, а второе — сумму всех остальных диаграмм

- $E(m^*, e_0) = e_0 + \frac{{e_0}^3}{\hbar c} f_1(m^*) + \cdots$

Величиной физического заряда (в обычном смысле, т.е. реальное эл.-маг. поле с m*=0) называется величина этой функции при m*=0

Процедура П. заключается в том, что это разложение можно переписать в виде (прибавили и отняли одну и ту же величину) $\frac{{e_0}^3}{\hbar c} f_1(0)$

$$\left(e_0 + \frac{e_0^3}{\hbar c} f_1(0) + \ldots\right) + \frac{1}{\hbar c}(e_0 + \ldots)^3 \times$$
$$\times (f_1(m^*) - f_1(0)) + \ldots = e + \frac{e^3}{\hbar c} \tilde{f}_1(m^*),$$

$$\left(e_0+\frac{e_0^3}{\hbar c}f_1(0)+\ldots\right)+\frac{1}{\hbar c}(e_0+\ldots)^3\times$$
$$\times(f_1(m^*)-f_1(0))+\ldots=e+\frac{e^3}{\hbar c}\tilde{f}_1(m^*),$$

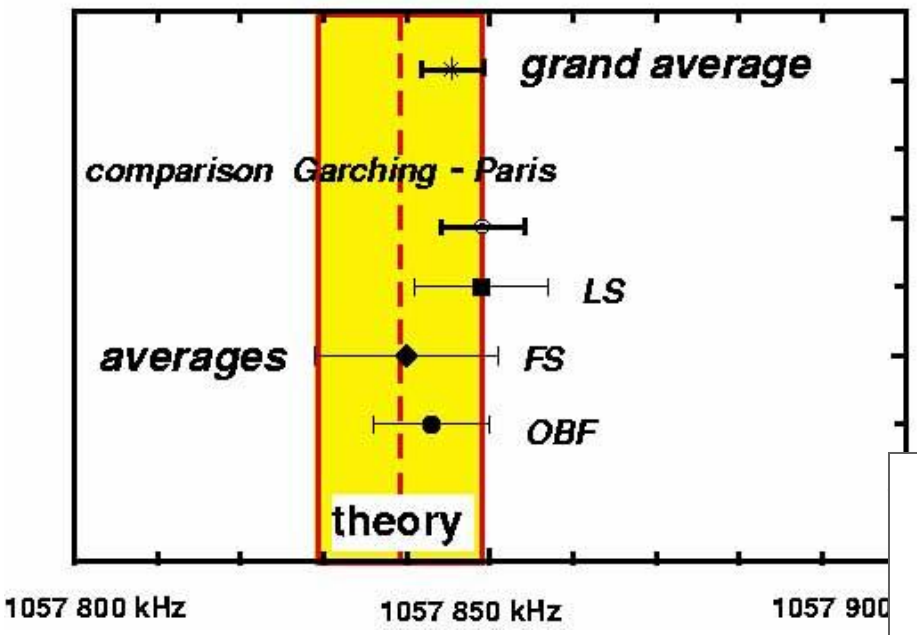
- Т. о. величину физ. заряда е можно приписать первой диаграмме, а вклады остальных диаграмм переопределить так, что при m*=0 они равны нулю

$$\tilde{f}_1(m^*)=f_1(m^*)-f_1(0);$$

- при этом, хотя каждое из слагаемых бесконечно велико, их разность $\tilde{f}_1$ оказывается конечной и равной 0.
- Только такой вариант реализуется на эксперименте

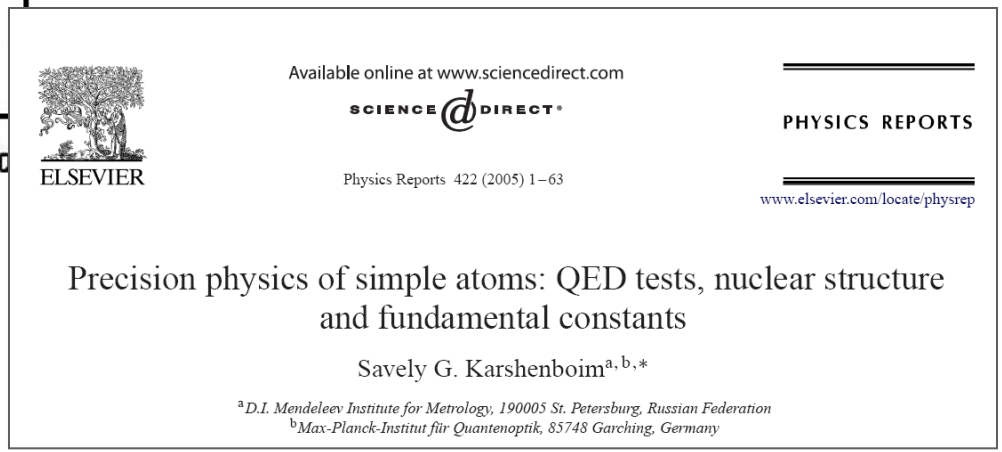
Lamb shift ($2s_{1/2} - 2p_{1/2}$) in the hydrogen atom

theory vs. experiment



Uncertainties:

- Experiment: 2 ppm
- QED: 2 ppm
- Proton size 10 ppm



ELSEVIER

Available online at www.sciencedirect.com

SCIENCE DIRECT®

Physics Reports 422 (2005) 1–63

PHYSICS REPORTS

www.elsevier.com/locate/physrep

Precision physics of simple atoms: QED tests, nuclear structure and fundamental constants

Savely G. Karshenboim[a,b,*]

[a]D.I. Mendeleev Institute for Metrology, 190005 St. Petersburg, Russian Federation
[b]Max-Planck-Institut für Quantenoptik, 85748 Garching, Germany

- Проблема 0 заряда
- Отличие электродинамики от полей Янга-Миллса бозон, переносящий взаимодействие сам имеет слабый заряд

• В релятивистской квантовой теории мы встречаемся с процессами рождения и аннигиляции частиц. Они порождают специфическое дня квантовой теории поля явление *поляризации вакуума,* ответственное за перенормировку констант связи. Действительно, попытаемся локализовать электрон в области, имеющей размер меньше половины его компгоновской длины волны. Согласно принципу неопределенности, это приводит к флуктуацням энергии, достаточным дня рождения виртуальной пары электрон—позитрон. Чем меньше область локализации, тем сильнее флуктуации энергии, а значит, тем больше пар здесь может родиться и аннигилировать. Электрон притягивает к себе виртуальные позитроны и отталкивает виртуальные электроны, поэтому диполи пространственно разделенных пар экранируют его заряд. Заряд электрона е, измеренный на расстоянии, большем его комптоновской длины волны, перенормирован за счет экранировки по сравнению с «затравочным» зарядом e_0 Кроме того, масса то электрона, укутанною в «шубу» виртуальных пар, оказывается перенормированной по сравнению с его «затравочной» массой.

- В 1887 г. Майкельсон и Морли обнаружили тонкую структуру некоторых из этих линий. Первая линия H_α – дублет с расщеплением 0.36 $см^{-1}$.
- 25 лет спустя Бор, исходя из предположения, что электроны в атомах находятся на стационарных орбитах, причем стационарными являются те, для которых момент количества движения p равен целому, кратному от величины ħ т.е. $p = n\hbar$, получил формулу Бальмера.
-

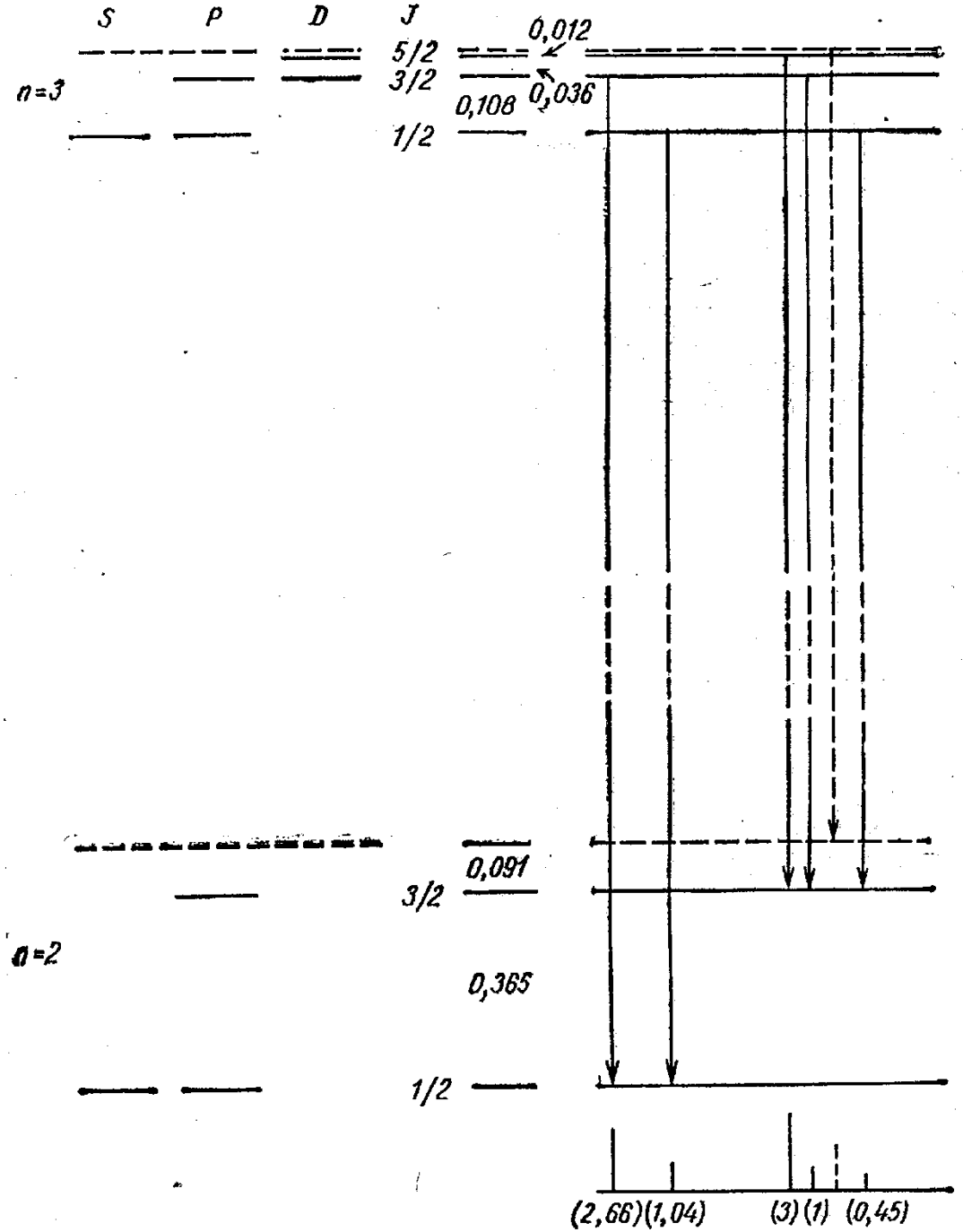


Рис. 7.1. Структура уровней энергии в
Структура внутри каждой из двух групп уров
масштабе; расстояние между группами почти в
ширину верхней группы (для этого расстояния м
Числами обозначены интервалы (в $см^{-1}$) между
энергии $1{,}234 \cdot 10^{-4}$ эВ). Пунктирные линии соотв
еленным по формуле Бора; сплошные линии пре
с учетом спина и релятивистских эффектов.
с различными значениями L разделены. В прав
щены, показаны оптические переходы (вертика
волновых чисел соответствуют относительным а
Компоненты (3) и (1) из группы наиболее инте
оптически и составляют „основную линию" ду
едва различимы и составляют вместе вторую ча
волновых чисел равна 0.473 $см^{-1}$ при средн