



Санкт-Петербургский
государственный
университет
Физический факультет
Кафедра нейтронной и
синхротронной физики

Сыромятников Владислав Генрихович

Оптика нейтронного и синхротронного излучений

курс лекций

Курс лекций

«Оптика нейтронного и синхротронного излучений»

Лектор – Владислав Генрихович Сыромятников

Курс будет состоять из трех разделов или модулей:

I. Нейтронная оптика.

II. Диффузное рассеяние нейтронного, рентгеновского и синхротронного излучений на многослойных структурах.

III. Рентгеновская (синхротронная) оптика.

Список обязательной литературы:

1. Гуревич И.И., Тарасов Л. В. Физика нейтронов низких энергий. – М.: Наука, 1965. – 607 с.
2. Sears V.F. Neutron optics. - New York, Oxford University Press, 1989. – 317 p.
3. Ю.В. Никитенко, В.Г. Сыромятников. Рефлектометрия поляризованных нейтронов. – Подготовлено к печати в Физматлит, 2013, 224 с.
4. Фетисов Г.В. Синхротронное излучение. Методы исследования структуры вещества. – М., Физматлит, 2007. - 672 с.
5. Мишетт А. Оптика мягкого рентгеновского излучения. - М., Мир, 1989. – 352 с.

Список дополнительной литературы:

1. Игнатович В.К. Нейтронная оптика. – М., Физматлит, 2006. - 336 с.
2. Зеркальная рентгеновская оптика. Сб. статей под общ. ред. А.В.Виноградова. - Л., Машиностроение, 1989. – 463 с.
3. Proceedings of the International Workshop on Neutron Optics, Alpe d'Huez, France March 17-19, 2010. – Nuclear Instruments and Methods in Physics Research v. A634, 2011, Supplement 1.
4. Sinha S.K. Surface roughness by x-ray and neutron scattering methods. – Acta Physica Polonica A, v.89, N2, 1996, pp. 219-234.
5. Syromyatnikov V.G., Toperverg B.P. et al. Off-specular polarized neutron scattering from periodic Co/Ti and aperiodic Fe/Al magnetic multilayers. - Physica B **297**/1-4 (2001) p.175-179.
6. Zabel H., Theis-Brohl K. and Toperverg B.P. Polarized neutron reflectivity and scattering from magnetic nanostructures and spintronic materials. – in Handbook of Magnetism and Advanced Magnetic Materials, edited by Helmut Kronmuller and Stuart Parkin. Volume 3: Novel Techniques for Characterizing and Preparing Samples. New York, John Wiley and Sons, 2007, p. 1237-1307.

I. Нейтронная оптика.

Лекция 1. Полное внешнее отражение и преломление нейтронов на границе среды и вакуума.

Волновая функция $\Psi(\vec{r})$, которая описывает поведение нейтрона, удовлетворяет уравнению Шредингера

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2 \cdot m_n} \Delta + \nu(\vec{r}) \right] \Psi(\vec{r}) = E \Psi(\vec{r}) \quad (1.1)$$

m_n - масса нейтрона $\hbar = h / 2 \cdot \pi$, h - постоянная Планка,

E - энергия нейтрона в вакууме,

$$E = \frac{(\hbar \cdot k)^2}{2 \cdot m_n} = \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot \hbar^2}{m_n \cdot \lambda^2} \quad (1.2)$$

λ - длина волны нейтрона,

$\nu(\vec{r})$ - эффективный потенциал взаимодействия нейтрона со средой.

Для однородной среды потенциал имеет вид

$$v(\vec{r}) = v_0 = \frac{2 \cdot \pi \cdot \hbar^2}{m_n} \cdot \rho \cdot b_c \quad (1.3)$$

$\rho \cdot b_c$ – плотность длины когерентного ядерного рассеяния среды,

ρ – концентрация ядер в единице объема,

b_c – длина когерентного ядерного рассеяния для данной среды.

Если среда магнитная, то необходимо также учесть взаимодействие между магнитным моментом нейтрона $\vec{\mu}_n$ и магнитной индукцией среды $\vec{B}(\vec{r})$

Магнитный момент нейтрона записывается как:

$$\vec{\mu}_n = 2 \cdot \gamma \cdot \beta_n \cdot \vec{s} \quad (1.4)$$

где $\beta_n = 5.051 \cdot 10^{-27} \text{ а} \cdot \text{м}^2$ – ядерный магнетон,

$\gamma = -1.913$ – гиромагнитное отношение,

\vec{s} – вектор спина нейтрона (спин нейтрона, как известно, равен $\frac{1}{2}$).

Потенциал взаимодействия $V_m(\vec{r})$ магнитного момента нейтрона с магнитной индукцией среды $B(\vec{r})$

$$V_m(\vec{r}) = \vec{\mu}_n \cdot \vec{B}(\vec{r}) \quad (1.5)$$

Распространение нейтрона, как в свободном пространстве, так и в области его взаимодействия с однородным потенциалом, описывается плоской волной.

На границе между вакуумом и средой нейтронная волна преломляется.

По аналогии с геометрической оптикой показатель преломления нейтронной волны, падающей на границу немагнитной среды с вакуумом, определяется как:

$$n = \frac{k_1}{k} = \left(1 - \frac{v_0}{E}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.6)$$

где k_1 – волновой вектор прошедшей в среду нейтронной волны,

k – волновой вектор нейтронной волны в вакууме,

$$k = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \quad \text{и} \quad \lambda \quad \text{– длина волны нейтрона.}$$

Соотношение $v_0 \ll E$ справедливо для интервала энергий нейтронов от быстрых вплоть до ультрахолодных нейтронов, из (1.2) и (1.6) получим:

$$n = \left(1 - \frac{v_0}{E}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 1 - \frac{v_0}{2E} \approx 1 - \frac{\lambda^2}{2 \cdot \pi} \cdot \rho \cdot b_c \quad (1.7)$$

Для нейтронов, например, с $\lambda = 1 \text{ \AA}$, максимальная величина $(1-n)$ из всех известных веществ (для ^{58}Ni) с $b_c > 0$ составляет $2.1 \cdot 10^{-6}$, т.е. показатель преломления нейтронной волны n слегка меньше единицы для всех веществ с $b_c > 0$.

Вспомним закон Снеллиуса из курса оптики:

На рис.1 представлен процесс преломления луча синего цвета с длиной волны 4600 \AA на границе вакуума и среды с показателем преломления n

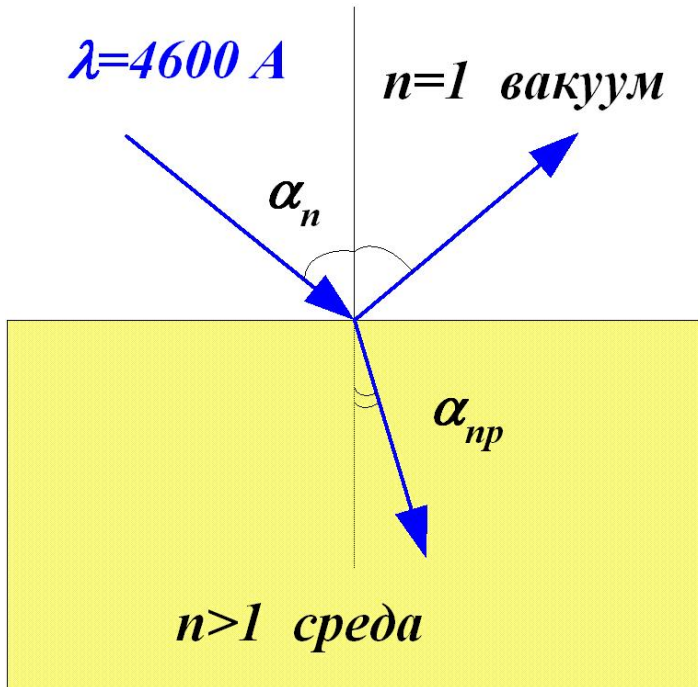


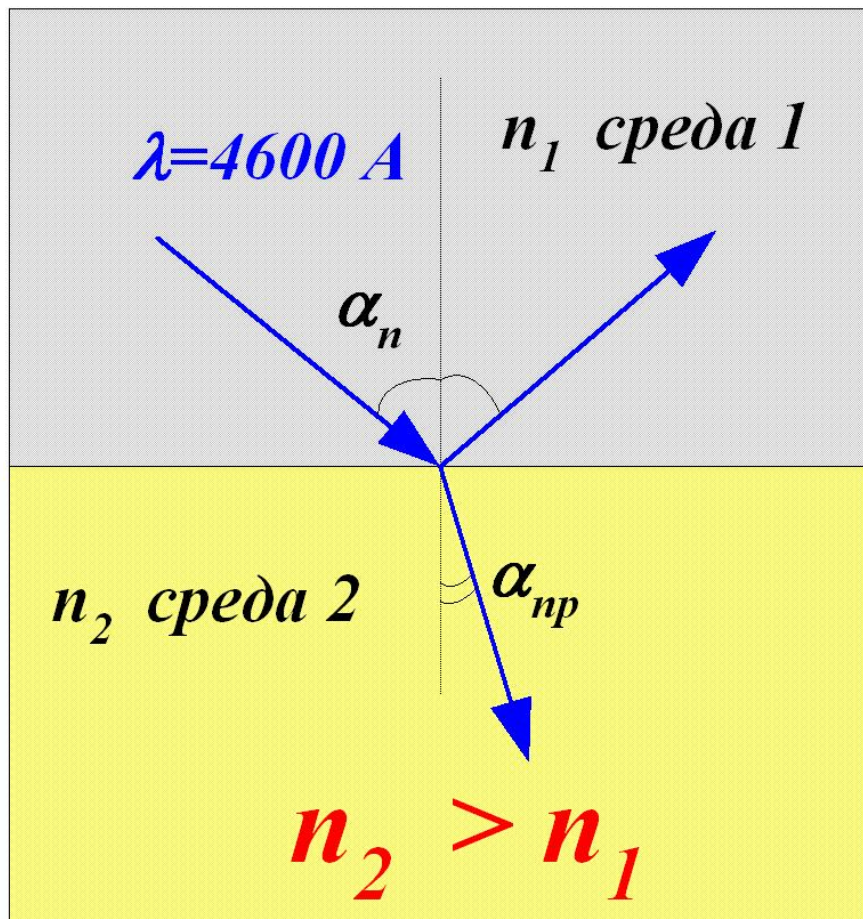
Рис.1.

Соотношение между углами падения и преломления в соответствии с законом Снеллиуса, как известно, следующее:

$$n = \frac{\sin \alpha_n}{\sin \alpha_{np}} \quad (1.8)$$

Здесь углы отсчитываются от нормали к поверхности раздела сред.

В случае, если вместо вакуума будет среда с показателем преломления n_1 а вторая среда с показателем преломления n_2 (см. рис.2), то выражение для относительного показателя преломления на границе раздела двух сред будет выглядеть как:

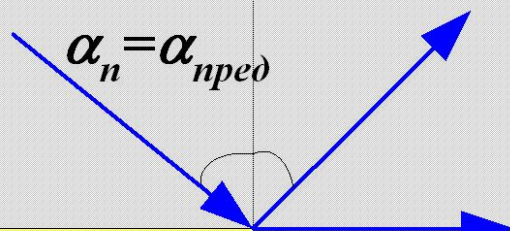


$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \alpha_n}{\sin \alpha_{np}} \quad (1.9)$$

Рис.2.

$\lambda = 4600 \text{ \AA}$

n_1 среда 1



$\alpha_{пр} = 90^\circ$

n_2 среда 2

$n_2 < n_1$

Если $n_2 < n_1$, то луч идет из оптически более плотной среды в оптически менее плотную. Это справедливо и для случая, когда луч идет из среды на границу среды и вакуума при этом $n_2 = 1$ и $n_1 > 1$. При этом существует угол α_n при котором $\alpha_{пр} = 90^\circ$. Угол падения $\alpha_{пред}$ при котором это происходит называют предельным (или критическим) углом полного внутреннего отражения. При углах падения больших предельного углу $\alpha > \alpha_{пред}$ свет полностью отражается от оптически менее плотной среды.

Это явление называется полным внутренним отражением.

Этот случай показан на рис.3.

Рис.3.

Действительно, если $n_2 < n_1$

$$1 > \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \alpha_n}{\sin \alpha_{np}} \text{ и когда } \alpha_{np} = 90^\circ, \text{ то } \sin \alpha_n = \frac{n_2}{n_1} \cdot \sin 90^\circ < 1$$

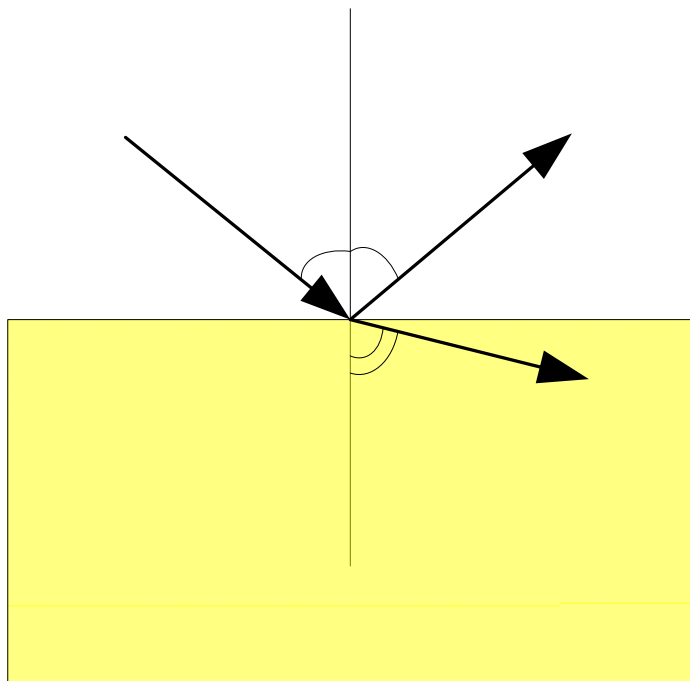
и

$$\alpha_n = \alpha_{пред} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad (1.10).$$

Для стекла, у которого $n = 1.5$, предельный угол для границы стекла и вакуума равен $\alpha_{np} = 41.8^\circ$.

Перейдем к нейтронам.

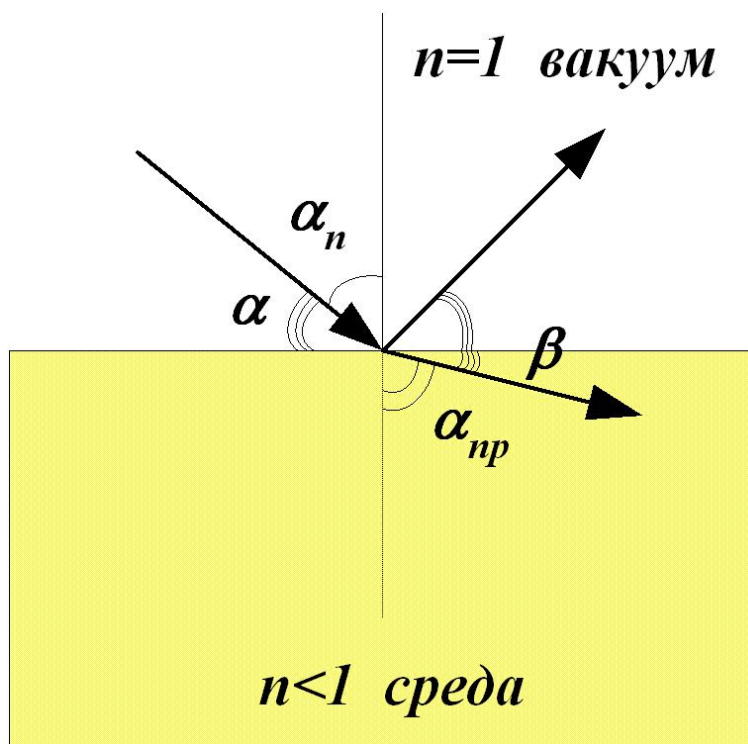
Как мы теперь знаем, что для большинства веществ, у которых $b_c > 0$ показатель преломления нейтронной волны на границе среды и вакуума слегка меньше единицы. Рассмотрим процесс преломления нейтронной волны на границе среды и вакуума. Соотношение (1.8) здесь также справедливо, но т.к. $n < 1$, то ход преломленного луча будет другим. Он представлен на рис.4.



$$n = \frac{\sin \alpha_n}{\sin \alpha_{np}}$$

Рис.4.

Для дальнейших рассмотрений нам удобно перейти от углов, отсчитываемых от нормали к поверхности раздела сред, к углам скольжения, отсчитываемым от самой поверхности раздела. Обозначим эти углы α и β , как показано на рис.5 и выражение для закона Снеллиуса будет выглядеть:



$$n = \frac{\sin \alpha_n}{\sin \alpha_{np}} \quad (1.8)$$

$$n = \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \quad (1.11)$$

Рис.5.

Как следует из (1.11), с уменьшением угла α угол β тоже уменьшается и при некотором угле α называемом критическим углом α_c нейтронный луч начнет полностью отражаться от границы раздела среды и вакуума, как показано на рис.6.

Здесь мы также имеем дело с полным отражением, но не с полным внутренним, как в случае со светом, а с **полным внешним отражением.**

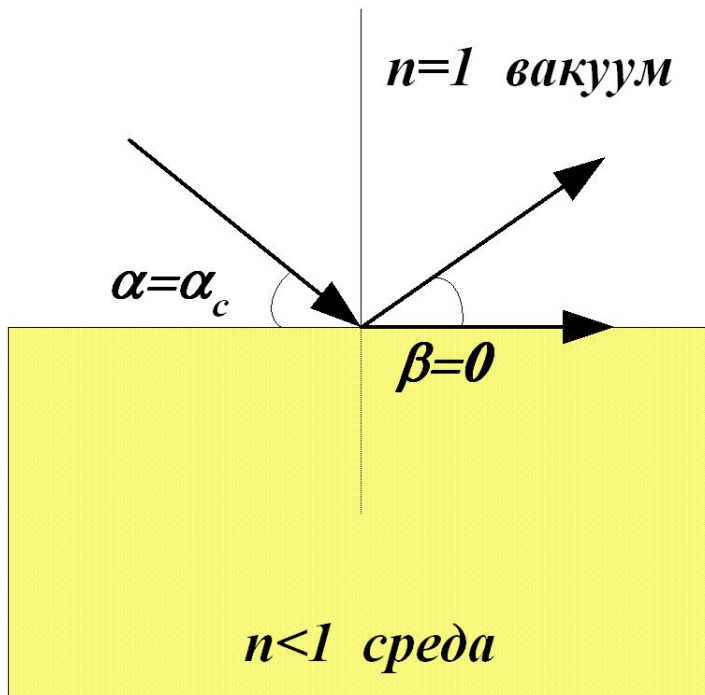


Рис.6.

Действительно из (1.11) следует, что

$$\cos \alpha = n \cdot \cos \beta \quad \text{т.к. при } \alpha = \alpha_c \text{ у нас } \beta = 0, \text{ то } \cos \beta = 1 \text{ и}$$

$$\cos \alpha_c = n \quad \text{отсюда } \alpha_c = \arccos(n).$$

Считая α и β малыми углами можно записать

$$\cos \alpha_c \approx 1 - \frac{\alpha_c^2}{2} = n,$$

а затем получить выражение для α_c :

$$\alpha_c = \sqrt{2 \cdot (1 - n)}. \quad (1.12)$$

Вспомнив (1.7) $n \approx 1 - \frac{v_0}{2E} \approx 1 - \frac{\lambda^2}{2 \cdot \pi} \cdot \rho \cdot b_c$ и преобразовав его как

$$1 - n \approx \frac{\lambda^2}{2 \cdot \pi} \cdot \rho \cdot b_c$$

получим окончательное выражение для α_c :

$$\alpha_c = \lambda \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot b_c}{\pi}} \quad (1.13)$$

и связь между α_c и n :

$$n = 1 - \frac{\alpha_c^2}{2} \quad (1.14)$$

Как следует из (1.13), произведение $\rho \cdot b_c$ полностью определяет величину критического угла среды для длины волны $\lambda = 1A$. Произведение $\rho \cdot b_c$ называется плотностью длины когерентного ядерного рассеяния, как определено было ранее.

Таблица 1. Критические углы для некоторых элементов.

Элемент	$\rho, 10^{22} \text{ см}^{-3}$	$b_c, 10^{-12} \text{ см}$	$\alpha_c, \text{ мрад/ } A$
<i>Be</i>	12.1	0.779	1.73
<i>Al</i>	6.02	0.345	0.81
<i>Si</i>	5.00	0.415	0.81
<i>Fe</i>	8.50	0.945	1.6
<i>Co</i>	8.97	0.249	0.84
<i>Ti</i>	5.66	-0.344	0.79i
<i>Ni</i>	9.14	1.03	<u>1.73</u>
^{58}Ni	9.14	1.44	<u>2.05</u> =0.12 градуса/А
^{62}Ni	9.14	-0.87	1.59i
<i>Cu</i>	8.45	0.772	1.44
^{65}Cu	8.45	1.06	1.69

Как следует из Таблицы 1, критический угол полного внешнего отражения нейтронов весьма мал и, например, для тепловых нейтронов с $\lambda = 1 \text{ \AA}$ для всех известных веществ находится в интервале $\alpha_{кр} = 0.5 \div 2.05$ мрад. Тогда как критический (предельный) угол полного внутреннего отражения световой волны для стекла, упомянутый ранее, почти в 350 раз больше максимального нейтронного критического угла и равен 41.8° .

Часто вместо $\alpha_{кр}$ употребляется величина называемая **граничной длиной**

волны $\lambda_{гр}$, определяемая как:

$$\lambda_{гр} = \frac{\lambda}{\alpha_{кр}} = \sqrt{\frac{\pi}{\rho \cdot b_c}} \quad (1.15)$$

Показатель преломления тогда записывается проще

$$n \approx 1 - \frac{\lambda^2}{2 \cdot \lambda_{гр}^2} \quad (1.16)$$

Для большинства материалов с $b_c > 0$ граничная длина волны равна

$$\lambda_{гр} = 488 \div 2000 \text{ \AA}.$$

Получим теперь соотношения, описывающие квантовомеханический процесс отражения и преломления нейтронной волны на идеально плоской границе вакуума с однородной средой. Для этого воспользуемся схемой изображенной на Рис.7.

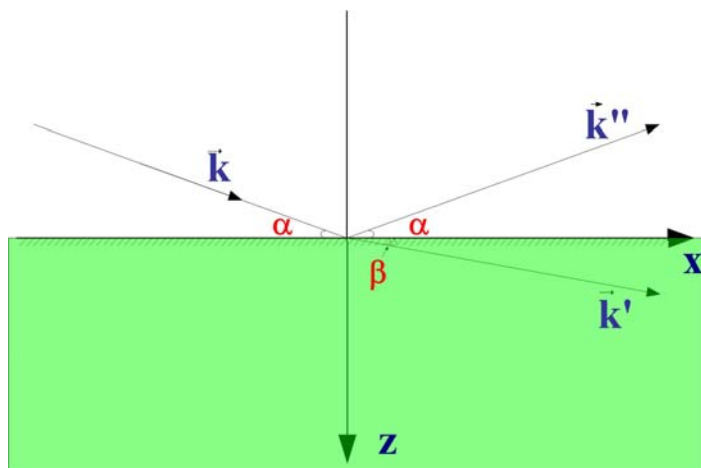


Рис.7.

Нейтронная волна с волновым вектором \vec{k} под углом скольжения α падает из вакуума на плоскую границу однородной среды. При этом отражающий потенциал $v(\vec{r}) = v(z)$ зависит лишь от координаты z , направленной вдоль нормали к отражающей плоскости: $v(z) = v_0$ при $z > 0$, и $v(z) = 0$ при $z < 0$. Полагаем (без ущерба общности), что вектор \vec{k} находится в плоскости (z, x) , т.е. $k_y = 0$. В силу однородности границы среды латеральные компоненты волновых векторов падающей k_x , отраженной k''_x и преломленной k'_x волн не меняются в этом процессе и решение уравнения (1.1) записывается в виде произведения $\Psi(\vec{r}) = \Psi(z)\Psi(x)$, где $\Psi(x) = \exp(ik_x x)$, а $\Psi(z)$ подчиняется одномерному уравнению Шредингера.

Волновую функцию $\Psi(z)$ можно записать в этом случае так:

$$\Psi(z) = \begin{cases} \exp(i \cdot k_z \cdot z) + r \cdot \exp(-i \cdot k_z \cdot z) & z < 0 \\ t \cdot \exp(i \cdot k'_z \cdot z) & z > 0 \end{cases} \quad (1.17)$$

В силу непрерывности волновой функции и ее производной на границе среды получим:

$$\begin{cases} 1 + r = t \\ 1 - r = \frac{k'_z}{k_z} \cdot t \end{cases} \quad (1.18)$$

Отсюда легко извлечь r и t :

$$r = \frac{k_z - k'_z}{k_z + k'_z} \quad t = \frac{2 \cdot k_z}{k_z + k'_z} \quad (1.19)$$

Зная выражение для показателя преломления n (1.7) можно переписать выражение для r и t через n :

$$r = \frac{k \cdot \sin \alpha - k \cdot \sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha}}{k \cdot \sin \alpha + k \cdot \sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha}} = \frac{\sin \alpha - \sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha}}{\sin \alpha + \sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha}} = \frac{\sin \alpha - n \cdot \sin \beta}{\sin \alpha + n \cdot \sin \beta} \quad (1.20)$$

$$t = \frac{2 \cdot k \cdot \sin \alpha}{k \cdot \sin \alpha + k \cdot \sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha}} = \frac{2 \cdot \sin \alpha}{\sin \alpha + \sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha}} = \frac{2 \cdot \sin \alpha}{\sin \alpha + n \cdot \sin \beta} \quad (1.21)$$

Коэффициенты r и t – нейтронные аналоги коэффициентов Френеля в обычной оптике.

Коэффициент отражения нейтронной волны от среды R определяется как отношение плотности отраженного потока к падающему или

$$R = |r|^2 \quad (1.22)$$

Коэффициент прохождения T в свою очередь определяется как отношение плотности потока в прошедшей волне к плотности потока в падающей

$$T = \frac{k'_z}{k_z} \cdot |t|^2 \quad (1.23)$$

Кроме того, в силу закона сохранения числа нейтронов

$$R + T = 1 \quad (1.23)$$

Рассмотрим выражение (1.22) для R :

$$R = |r|^2 = \left| \frac{\sin \alpha - \sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha}}{\sin \alpha + \sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha}} \right|^2 \quad (1.24)$$

Когда $\cos^2 \alpha > n^2$ числитель и знаменатель становятся комплексными и $R = 1$. Таким образом, при углах α меньших $\alpha_c \approx \sqrt{2 \cdot (1 - n)}$ имеется область полного отражения, где $R = 1$. Об этой области шла речь выше.

Когда $\cos^2 \alpha < n^2$, то $R < 1$. При углах α больших α_c коэффициент отражения быстро убывает с ростом α как

$$R = |r|^2 \approx \frac{1}{16} \cdot \left(\frac{\alpha_c}{\alpha} \right)^4 \quad (1.25)$$

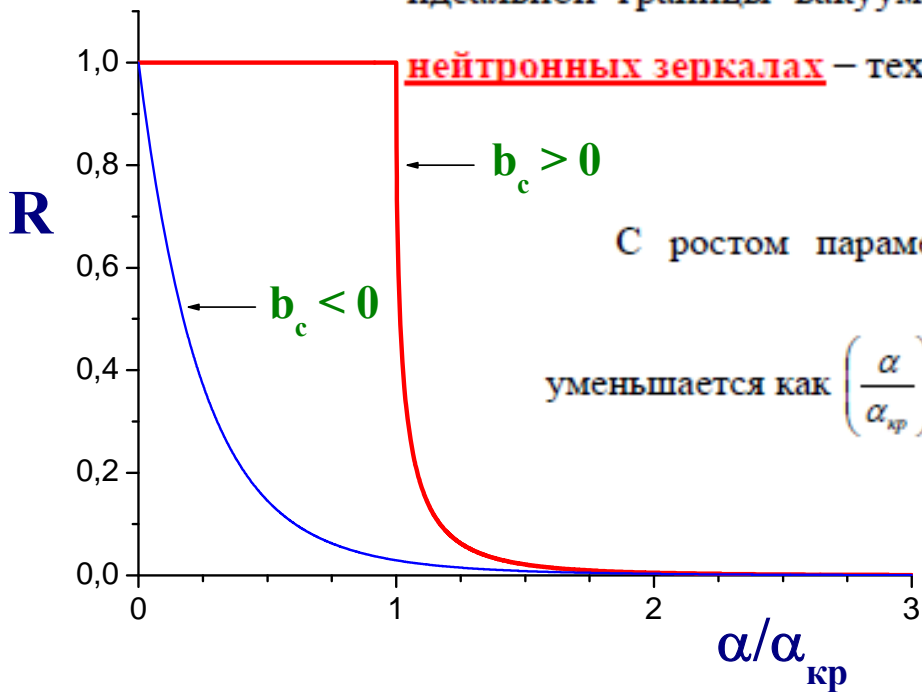
Снова отметим, что эта область имеется только для материалов, у которых $b_c > 0$.

На Рис.8 представлены коэффициенты отражения, определенные из (1.24), для случаев, когда $b_c > 0$ и когда $b_c < 0$ в зависимости от параметра $\frac{\alpha}{\alpha_{кр}}$.

Как следует из Рис.8, коэффициент отражения R для $b_c < 0$ быстро спадает с ростом угла скольжения α или, соответственно, с ростом параметра $\frac{\alpha}{\alpha_{кр}}$.

Так, при $\frac{\alpha}{\alpha_{кр}} = 1$ $R \approx 0.01$. Для случая $b_c > 0$ $R = 1$, когда $\frac{\alpha}{\alpha_{кр}}$ меняется от 0 до 1.

Здесь имеет место полное внешнее отражение нейтронной волны от идеальной границы вакуума и среды. В связи с этим можно говорить о **нейтронных зеркалах** – тех образцах, на которых наблюдается это явление.



С ростом параметра $\frac{\alpha}{\alpha_{кр}}$ от 1 коэффициент отражения R быстро уменьшается как $\left(\frac{\alpha}{\alpha_{кр}}\right)^{-4}$ в соответствии с (1.25). Так для $\frac{\alpha}{\alpha_{кр}} = 2$, $R \approx 0.004$.

Рис.8.