

**Правительство Российской Федерации**  
**Санкт-Петербургский государственный университет**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

учебной дисциплины

**Основы теории симметрии и теории поля**

Fundamentals of the theory of symmetry and field theory

**Язык обучения**

русский

Трудоёмкость (границы трудоёмкости) в зачетных единицах: 4

Регистрационный номер рабочей программы: \_\_\_\_\_

Санкт-Петербург

2015

## Раздел 1. Характеристики учебных занятий

### 1.1. Цели и задачи учебных занятий

Ознакомление студентов с основами теории симметрии, которая широко используется для описания квантовых объектов, в том числе для классификации элементарных частиц.

### 1.2. Требования к подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)

Для освоения дисциплины необходимо знание математики и квантовой механики в объеме, типичном для бакалавриата физико-математической направленности.

### 1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)

- Знание основ теории групп, являющейся основным математическим аппаратом теории симметрии.
- Умение применить теоретико-групповые подходы для исследования свойств квантово-механических систем, обладающих симметрией.

### 1.4. Перечень активных и интерактивных форм учебных занятий

- Информационная лекция – последовательное изложение материала в дисциплинарной логике, осуществляемое преимущественно вербальными средствами (монолог преподавателя) (30 часов).
- Семинар – коллективное обсуждение заранее подготовленных сообщений и решение задач (15 часов).

## Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий

### 2.1. Организация учебных занятий

#### 2.1.1 Основной курс

| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся |  |           |              |                      |                     |                    |             |                  |                          |                     |                                |                             |   |                             |   |              |                                     |                                |
|---|--|-----------|--------------|----------------------|---------------------|--------------------|-------------|------------------|--------------------------|---------------------|--------------------------------|-----------------------------|---|-----------------------------|---|--------------|-------------------------------------|--------------------------------|
| Период обучения (модуль)  | Контактная работа обучающихся с преподавателем |           |              |                      |                     |                    |             |                  |                          |                     |                                | Самостоятельная работа      |   |                             | Объём активных и интерактивных форм учебных занятий | Трудоёмкость |                                     |                                |
|   | лекции   | семинары  | консультации | практические занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии преподавателя | сам.раб. с использованием методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) |   |              | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация (сам.раб.) |
| <b>ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ</b>  |  |           |              |                      |                     |                    |             |                  |                          |                     |                                |                             |   |                             |   |              |                                     |                                |
| <b>очная форма обучения</b>   |  |           |              |                      |                     |                    |             |                  |                          |                     |                                |                             |   |                             |   |              |                                     |                                |
| Семестр 1   | 30   | 15        | 2            |                      |                     |                    |             | 2                |                          |                     |                                |                             | 31  |                             | 28  |              | 108                                 | 4                              |
|   | 2-10   | 2-10      | 2-10         |                      |                     |                    |             | 2-10             |                          |                     |                                |                             | 2-10  |                             | 2-10  |              |                                     |                                |
| <b>ИТОГО</b>  | <b>30</b>                                      | <b>15</b> | <b>2</b>     |                      |                     |                    |             | <b>2</b>         |                          |                     |                                |                             | <b>31</b>   |                             | <b>28</b>   |              | <b>108</b>                          | <b>4</b>                       |

| Формы текущего контроля успеваемости, виды промежуточной и итоговой аттестации |                                      |                               |   |
|--|--------------------------------------|-------------------------------|---|
| Период обучения (модуль)   | Формы текущего контроля успеваемости | Виды промежуточной аттестации | Виды итоговой аттестации<br>(только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) |
| <b>ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ</b>   |                                      |                               |   |
| <b>очная форма обучения</b>  |                                      |                               |   |
| Семестр 1  |                                      | экзамен                       |   |

## 2.2. Структура и содержание учебных занятий

**Основной курс    Основная траектория    Очная форма обучения**

Период обучения (модуль): **Семестр 1**

| № п/п | Наименование темы (раздела, части)   | Вид учебных занятий | Количество часов |
|-------|--|---------------------|------------------|
| 1     | <p><b>Основы теории групп.</b></p> <p>1. Конечные группы и их свойства.<br/> Определение группы. Примеры конечных групп: <math>S_2</math>, <math>C_3</math>, <math>D_3</math>, <math>S_n</math>.<br/> Теорема о перечислении конечных групп. Гомоморфизм, изоморфизм.<br/> Теорема Кэли. Классы сопряженных элементов. Теорема о неперекрываемости классов.<br/> Инвариантные подгруппы, простые и полупростые группы. Прямые произведения групп.</p> <p>2. Представления конечных групп.<br/> Определение представления групп.<br/> Примеры представлений: матричное представление <math>D_3</math>. Представления в функциональных пространствах.<br/> Эквивалентные представления.<br/> Унитарные представления. Теорема унитарности. Инвариантные подпространства. Неприводимые представления. Критерий приводимости представления.<br/> Соотношения ортогональности неприводимых представлений. Леммы Шура. Характеры представлений.<br/> Свойства характеров. Критерий неприводимости представления.</p> | лекции              | 8                |
|       |  | семинары            | 4                |
|       |  |                     |                  |

|   |   |          |   |
|---|---|----------|---|
|   | <p>Регулярное представление. Число неэквивалентных неприводимых представлений конечной группы.</p> <p>3. Различные операции с представлениями групп.</p> <p>Прямое произведение представлений. Ряды Клебше - Гордана. Представление прямого произведения групп. Сведение группы к подгруппе.</p> <p>4. Группы Ли.</p> <p>Определение группы Ли. Примеры: <math>R_n</math>, <math>GL_n</math>. Инфинитезимальные преобразования, генераторы и структурные константы группы Ли. Неприводимые представления группы Ли и оператор Казимира. Группа <math>R_2</math>: инфинитезимальные операторы, неприводимые представления, характеры. Группа <math>R_3</math>: генераторы, неприводимые представления <math>D^{(j)}</math>, канонический базис <math>\{e^{(j)}\}</math>, характеры, ряд Клебше-Гордана для <math>R_3</math>, оператор Казимира. Универсальная накрывающая группа. Группа <math>SU(2)</math>: генераторы, базисные векторы, неприводимые представления, характеры. Спинорное представление <math>R_3</math>. <math>SU(2)</math> как универсальная накрывающая <math>R_3</math>.</p> |          |   |
| 2 | <p><b>Применение теории групп для описания квантово-механических систем.</b></p> <p>1. Теоретико-групповая классификация стационарных состояний квантовых систем.</p> <p>2. Расщепление вырожденных уровней под влиянием возмущения: симметричный подход.</p> <p>3. Теория групп и правила отбора.</p> <p>4. Теоретико-групповой подход к связанным системам.</p> <p>5. Теория групп и угловой момент.</p> <p>Вращательная инвариантность и угловой момент. Сложение угловых моментов и коэффициенты Клебше-</p>  | лекции   | 6 |
|   |   | семинары | 3 |
|   |   |          |   |

|   |   |          |   |
|---|---|----------|---|
|   | Гордана для группы $R_3$ . Правила отбора и теорема Вигнера-Экарта. Обобщенные сферические функции.   |          |   |
| 3 | <p><b>Релятивистская инвариантность. Группы Лоренца и Пуанкаре.</b></p> <p>1. Собственная ортохронная группа Лоренца.</p> <p>Ковариантные и контрвариантные тензоры. Собственные ортохронные преобразования Лоренца. Генераторы собственной ортохронной группы Лоренца. Неприводимые представления, структурные константы и операторы Казимира собственной ортохронной группы.</p> <p>2. Общая группа Лоренца, ее подгруппы и компоненты связности.</p> <p>3. Группа Пуанкаре: генераторы, структурные константы.</p> <p>4. Спинорное представление группы Лоренца.</p> <p>Пунктирные и непунктирные спиноры. Симметричные релятивистские спиноры как неприводимые представления собственной ортохронной группы Лоренца. Пространственная инверсия и ортохронная группа Лоренца. Биспиноры. Спинорные представления уравнения Дирака.</p> | лекции   | 6 |
|   |   | семинары | 3 |
|   |   |          |   |
| 4 | <p><b>Лагранжев формализм в теории поля и непрерывные симметрии.</b></p> <p>1. Принцип наименьшего действия, лагранжиан, уравнения движения полей.</p> <p>2. Лагранжианы и уравнения движения свободных полей.</p> <p>Скалярное поле. Уравнение Клейне-Гордона-Фока. Векторное поле. Уравнение Проста. Электромагнитное поле. Уравнение Максвелла. Спинорное поле. Уравнение Дирака.</p>  | лекции   | 6 |
|   |   | семинары | 3 |
|   |   |          |   |

|   |   |          |   |
|---|---|----------|---|
|   | <p>3. Теорема Нетер.</p> <p>4. Сохранение энергии и импульса поля. Тензоры энергии импульса фундаментальных полей.</p> <p>5. Сохранение углового момента поля. Спиновый и орбитальный моменты импульса фундаментальных полей.</p> <p>6. Внутренние симметрии и законы сохранения.</p> <p>Глобальные калибровочные преобразования. Сохранение заряда.</p>  |          |   |
| 5 | <p><b>Дискретные симметрии.</b></p> <p>1. Пространственные отражения.</p> <p>Преобразование полевых функций при пространственной инверсии. Пространственная четность фундаментальных полей.</p> <p>2. Зарядовое сопряжение и античастицы.</p> <p>Преобразование полевых функций при зарядовом сопряжении. Зарядовая четность фундаментальных полей. Положительно -частотные и отрицательно-частотные решения уравнения Дирака. Античастицы.</p> | лекции   | 2 |
|   |   | семинары | 1 |
|   |   |          |   |
| 6 | <p><b>Квантованные поля.</b></p> <p>1. Общая схема квантования полей.</p> <p>2. Квантование бозе-полей.</p> <p>3. Квантование ферми-полей. Теорема Людерса-Паули.</p> <p>4. СРТ- теорема и ее следствия</p>   | лекции   | 2 |
|   |   | семинары | 1 |
|   |   |          |   |

### Раздел 3. Обеспечение учебных занятий

#### 3.1. Методическое обеспечение

##### 3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины.

Для освоения дисциплины студенту предоставляется список задач, предлагаемых преподавателем по каждому разделу дисциплины, обязательное решение которых является условием допуска к экзамену.

### 3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы.

Для самостоятельной работы студенты должны обеспечиваться перечнем заданий для самостоятельной работы и контрольными вопросами.

Контрольные вопросы по каждому разделу дисциплины:

1. Теорема Кэли. Теорема о неперекрываемости классов. Соотношения ортогональности неприводимых представлений. Леммы Шура. Прямое произведение представлений. Инфинитезимальные преобразования и генераторы группы Ли.
2. Теоретико-групповая классификация стационарных состояний квантовых систем. Теория групп и правила отбора. Теоретико-групповой подход к связанным системам. Теория групп и угловой момент.
3. Собственная ортохронная группа Лоренца. Общая группа Лоренца. Группа Пуанкаре. Спинорное представление группы Лоренца.
4. Лагранжианы и уравнения движения свободных полей. Уравнение Клейне-Гордона-Фока. Уравнение Проста. Уравнение Максвелла. Уравнение Дирака. Теорема Нетер. Сохранение энергии и импульса поля. Сохранение углового момента поля. Внутренние симметрии и законы сохранения.
5. Пространственные отражения и пространственная четность фундаментальных полей. Зарядовое сопряжение и античастицы.
6. Общая схема квантования полей. Квантование бозе-полей. Квантование ферми-полей. Теорема Людерса-Паули. СРТ- теорема.

### 3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания.

Проведение промежуточной аттестации будет осуществляться в виде устного экзамена и оцениваться на основании балльно-рейтинговой системы. Целями введения балльно-рейтинговой системы являются стимулирование систематической учебной работы студентов в течение всего периода обучения, повышение объективности оценки знаний студентов и мотивация их к систематической самостоятельной работе по изучению дисциплины в течение семестра.

Экзаменационный билет содержит два вопроса и задачу. На каждый вопрос и задачу студент должен привести развернутый конспект с планом ответа, необходимыми определениями, иллюстрациями, формулами и зависимостями. В устной форме студент, пользуясь конспектом, должен связно и исчерпывающе изложить содержание ответа на вопросы и логику решения предложенной задачи.

В ходе ответа преподавателем могут быть заданы студенту уточняющие вопросы по билету. На подготовку конспекта ответа по билету отводится не более 1 часа, на обдумывание ответа на дополнительные вопросы не более 10 минут на каждый. В общей сложности ответ студента не должен превышать 40 минут без учета времени на обдумывание дополнительных вопросов.

### 3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)

Предполагается одна из следующих методик оценки:

|  | Неудовлетворительно | Удовлетворительно | Хорошо   | Отлично  | Превосходно        |
|--|---------------------|-------------------|----------|----------|--------------------|
| Буквенная система                      | <b>F    FX</b>      | <b>E    D</b>     | <b>C</b> | <b>B</b> | <b>A</b>           |
| Балльная система (100 баллов максимум) | < 30    31-49       | 50-59    60-70    | 71-80    | 81-90    | 91-100             |
| Болонская система                      | 1    2              | 3    4            | 5-7      | 8-9      | 10                 |
| Балльная система (5 баллов максимум)   | 2                   | 3                 | 4        | 5        | 5<br>с<br>отличием |

**A - “Превосходно”** – теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному.

**B - “Отлично”** – теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному, однако есть несколько незначительных ошибок.

**C - “Хорошо”** – теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.

**D - “Удовлетворительно”** – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки.

**E - “Посредственно”** – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены, либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному.

**FX - “Условно неудовлетворительно”** – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, необходимые практические навыки работы не сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено, либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной



самостоятельной работе над материалом дисциплины возможно повышение качества выполнения учебных заданий.

**F - “Безусловно неудовлетворительно”** – теоретическое содержание дисциплины не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом дисциплины не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий.

### **Перечень билетов для проведения промежуточной аттестации студентов.**

Билет №1.

1. Инфинитезимальные преобразования, генераторы, структурные константы и оператор Казимира группы Ли.
2. Спинорное представление уравнения Дирака.
3. Показать, что для конечной группы  $G$  сумма характеров всех ее элементов для любого неприводимого представления, за исключением тождественного, равна нулю.

Билет №2.

1. Группа  $R_3$ : генераторы, неприводимые представления  $D^{(j)}$ , канонический базис  $\{\Psi_{jm}\}$ , характеры, ряды Клебше-Гордана, оператор Казимира.
2. Сохранение углового момента поля. Спиновый и орбитальный моменты импульса фундаментальных полей.
3. Доказать, что все неприводимые представления абелевой группы одномерны.

Билет №3.

1. Теория групп и правила отбора.
2. Положительно - частотные и отрицательно-частотные решения уравнения Дирака. Античастицы.
3. Осуществить сведение 7-мерного представления группы  $R_3$  к ее подгруппе  $D_3$ .

Билет №4.

1. Теоретико-групповой подход к связанным системам. Сложение угловых моментов и коэффициенты Клебше-Гордана для группы  $R_3$ .
2. Спинорное поле. Уравнение Дирака.
3. Используя свойства повышающего и понижающего операторов группы  $R_3$ , прямым вычислением найти коэффициенты Клебше-Гордана для прямого произведения двух неприводимых представлений  $D^{(\frac{1}{2})} \otimes D^{(\frac{1}{2})}$ .

Билет №5.

1. Спинорные представления группы Лоренца. Биспиноры как базисные векторы ортохронной группы Лоренца.
2. Глобальные калибровочные преобразования. Сохранение заряда.
3. Используя свойства повышающего и понижающего операторов группы  $R_3$ , прямым вычислением найти коэффициенты Клебше-Гордана для прямого произведения двух неприводимых представлений  $D^{(\frac{1}{2})} \otimes D^{(1)}$ .

Билет №6.

1. Соотношение ортогональности для неприводимых представлений конечной группы. Леммы Шура.
2. Сохранение энергии и импульса поля. Тензоры энергии-импульса фундаментальных полей.

3. Используя свойства повышающего и понижающего операторов группы  $R_3$ , прямым вычислением найти коэффициенты Клебше-Гордана для прямого произведения двух неприводимых представлений  $D^{(1)} \otimes D^{(1)}$ .

Билет №7.

1. Группа  $SU(2)$ : генераторы, неприводимые представления, канонический базис, характеры.
2. Теорема Нетер.
3. Показать, что пространственная четность фермиона связана с пространственной четностью антифермиона соотношением:  $\varepsilon_p^c = -\varepsilon_p^*$ .

Билет №8.

1. Правила отбора и теорема Вигнера-Экарта для группы  $R_3$ .
2. Теоретико-групповая классификация стационарных состояний квантовой системы.
3. Для однопараметрической группы Ли преобразований Лоренца вдоль оси  $x$

$$L(\beta) = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \beta = \frac{v}{c}; \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}};$$

с композиционной функцией  $\varphi(\beta, \beta') = \frac{\beta + \beta'}{1 + \beta\beta'}$  найти новый параметр  $\omega(\beta)$ , для которого композиционная функция будет аддитивной:  $\varphi(\omega, \omega') = \omega + \omega'$ .

3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса.

**Анкета-отзыв** на дисциплину «Основы теории симметрии и теории поля» .

Просим Вас заполнить анкету-отзыв по прочитанной дисциплине. Обобщенные данные анкет будут использованы для ее совершенствования. По каждому вопросу проставьте соответствующие оценки по шкале от 1 до 10 баллов (**обведите** выбранный Вами балл). В случае необходимости впишите свои комментарии.

1. Насколько Вы удовлетворены содержанием дисциплины в целом?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий \_\_\_\_\_

2. Насколько Вы удовлетворены общим стилем преподавания?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Комментарий \_\_\_\_\_

3. Какой из модулей (разделов) дисциплины Вы считаете наиболее полезным, ценным с точки зрения дальнейшего обучения и/или применения в последующей практической деятельности?

Комментарий \_\_\_\_\_

4. Что бы Вы предложили изменить в методическом и содержательном плане для совершенствования преподавания данной дисциплины?

Комментарий \_\_\_\_\_

### **3.2. Кадровое обеспечение**

#### **3.2.1 Образование и (или) квалификация преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

Реализация курса обеспечивается преподавателями, имеющими базовое образование в области ядерной физики, ученую степень не ниже кандидата физико-математических наук и систематически занимающимися научной деятельностью.

#### **3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Привлечение дополнительного персонала не предусмотрено.

### **3.3. Материально-техническое обеспечение**

#### **3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий.**

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, удовлетворяющие действующим санитарным и противопожарным нормам.

#### **3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования.**

Нет.

#### **3.3.3 Характеристики специализированного оборудования.**

Нет.

#### **3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения.**

Нет.

#### **3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов.**

Мел, авторучки, фломастеры цветные, губки, бумага формата А4, канцелярские товары, картриджи принтеров, диски, флеш-накопители и др. в объёме, необходимом для организации и проведения занятий, по заявкам преподавателей, подаваемым в установленные сроки.

### **3.4. Информационное обеспечение**

#### **3.4.1 Список обязательной литературы.**

1. Курош А.Г. Теория групп, Наука, 808 с., 2011.

#### **3.4.2 Список дополнительной литературы.**

1. Наймарк М.А. Теория представлений групп. М: Физматлит, 2010.

2. Каргаполов М.И., Мерзляков Ю. И. Основы теории групп. Учебное пособие. Изд-во Лань, 288 с., 2009.

3. Эллиот Дж., Добер П. Симметрии в физике. Т. 1,2, М., Мир, 1983.

4. Хамермеш М. Теория групп и ее применение к физическим проблемам, Мир, 1966.

5. Вигнер Е.П. Теория групп и ее приложения, Мир, 1961.

6. Вейль Г. Теория групп и квантовая механика, М., 1986.

7. Ляховский В.Д., Болохов А.А. Группы симметрии и элементарные частицы, 1983.

8. Любарский Г.Я. Теория групп и ее применение в физике, М', 1957.

9. Минлос Р.А., Шапиро З.Я. Представление групп вращений и группы Лоренца., М., 1958.

#### Раздел 4. Разработчики программы

| Фамилия, имя, отчество            | Учёная степень | Учёное звание                   | Должность | Контактная информация                      |
|-----------------------------------|----------------|---------------------------------|-----------|--|
| Кондратьев<br>Валерий<br>Петрович | д.ф.-м.н.      | старший<br>научный<br>сотрудник | профессор | Тел: 8-904-645-45-01<br>kondrat_vp@mail.ru |

В соответствии с порядком организации внутренней и внешней экспертизы образовательных программ проведена двухуровневая экспертиза:

|   |                       |                  |
|---|-----------------------|------------------|
| первый уровень (оценка качества содержания рабочей программы и применяемых педагогических технологий) |                       |                  |
| Наименование кафедры  | Дата заседания        | № протокола      |
|   |                       |                  |
| второй уровень (соответствие целям подготовки и учебному плану образовательной программы)             |                       |                  |
| Экспертиза второго уровня выполнена в порядке, установленном приказом                                 |                       |                  |
| <i>должностное лицо</i>   | <i>дата приказа</i>   | <i>№ приказа</i> |
| Уполномоченный орган<br>(должностное лицо)  | Дата принятия решения | № документа      |
|   |                       |                  |

Иные документы об оценке качества рабочей программы

| Документ об оценке качества | Дата документа | № документа |
|-----------------------------|----------------|-------------|
|                             |                |             |
|                             |                |             |
|                             |                |             |
|                             |                |             |

Утверждение рабочей программы

| Уполномоченный орган<br>(должностное лицо) | Дата принятия решения | № документа |
|--|-----------------------|-------------|
|  |                       |             |

Внесение изменений в рабочую программу

| Уполномоченный орган<br>(должностное лицо) | Дата принятия решения | № документа |
|--|-----------------------|-------------|
|  |                       |             |
|  |                       |             |
|  |                       |             |
|  |                       |             |