Классификация фрактальных и нефрактальных объектов в двумерном пространстве.

Фрактальные структуры характеризуются размерностью Хаусдорфа. Для объектов субмикронных размеров разработана методика определения фрактальной размерности с помощью малоуглового рассеяния нейтронов и рентгеновского излучения. В основу метода положен закон зависимости интенсивности рассеянного излучения от переданного импульса $I(Q) = AQ^{-D}$, где показатель степени D характеризует фрактальную размерность.

Тогда как фрактальные объекты в трехмерном пространстве давно классифицировали с помощью метода малоуглового рассеяния нейтронов и синхротронного излучения, классификация фрактальных объектов в двумерном пространстве еще не была получена.

Исследование двумерных фракталов становится интересным при переходе к объектам, крупнее, чем микрон. Для таких фрактальных структур необходимо использовать более длинноволновое, оптическое излучение. Однако, из-за поглощения света веществом эксперименты по малоугловому рассеянию зачастую следует рассматривать как прохождение через маску, границы которой определены формой поглощающей частицы или объекта. Такой эксперимент по малоугловому рассеянию света можно смоделировать численно определив двумерную карту интенсивности рассеяния как квадрат модуля Фурье-образа от двумерной проекции объекта.

Были изучены различные геометрические регулярные фракталы в двумерном пространстве. Установлено, что модельная кривая рассеяния для круга (как и для других объектов с резкой границей) спадает по закону Q^{-3}. Значение фрактальной размерности для двумерных регулярных фракталов совпадает с теоретически предсказанными величинами: ковра Серпинского (D = 1.91±0.15), треугольника Серпинского (D = 1.57±0.06), снежинки Коха (D = 1.35±0.08) и снежинки Вишека (D = 1.32±0.12). Все полученные фрактальные размерности лежат в интервале от 1 до 2. По аналогии с поверхностным фракталом в трехмерном пространстве можно определить «приграничный» фрактал в двумерном пространстве, когда с одной стороны фрактальной границы пустота, а с другой однородная среда, т.е. объект закрашен. Для такого объекта фрактальная размерность будет равна $2d - \Delta$, где d=2 – размерность пространства, Δ – наклон прямой, аппроксимирующей данные, лежащий в интервале от 2 до 3.

Существуют также фракталы, размерность Хаусдорфа которых строго равна их топологической размерности. Такие фракталы являются логарифмическими, поскольку их мера содержит логарифм. Методом численного Фурье-анализа изучены два логарифмических фрактала, построенные по принципу роста дерева, с единичными двумерными или одномерными элементами. Фрактальная размерность таких объектов равна 2 и 1, соответственно.