

Общая теория относительности

В.Ф. Ежов

I. Принцип относительности Галилея.

*«Законы **механики** в системе координат, движущейся равномерно и прямолинейно в пространстве, имеют тот же вид, что и в системе координат, покоящейся в пространстве»*

Что важно?

Существует бесконечно много систем отсчёта (инерциальных), в которых справедливы законы классической механики (законы движения и законы сохранения)

любое механическое явление протекает одинаково во всех инерциальных системах отсчета (ИСО).

Никакими механическими опытами, проводимыми в ИСО, нельзя установить, движется эта система отсчета прямолинейно и равномерно или покоится.

Прямые и обратные преобразования Галилея

$$x = x' + Vt',$$

$$y = y',$$

$$z = z',$$

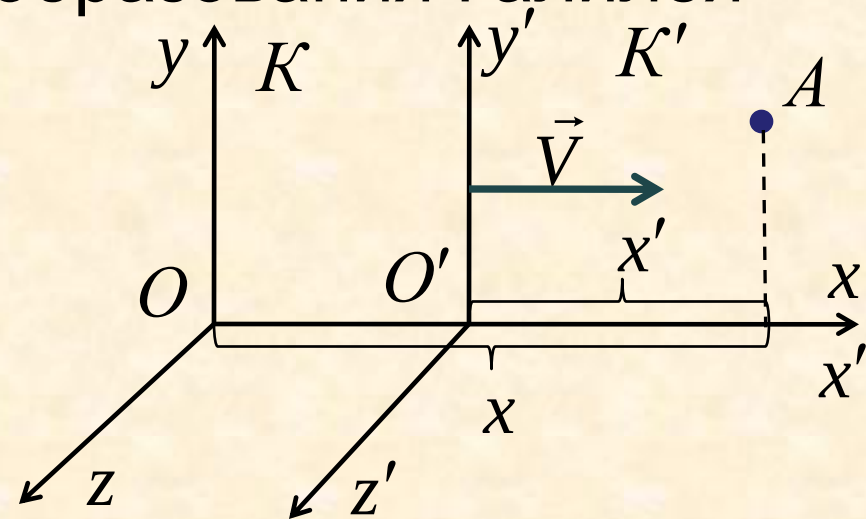
$$t = t'$$

$$x' = x - Vt,$$

$$y' = y,$$

$$z' = z,$$

$$t' = t$$



Преобразования Галилея позволяют по известным координатам и времени некоторого события в одной ИСО, найти координаты и время этого же события в другой ИСО, движущейся относительно первой с некоторой скоростью V .

Уравнения классической механики инвариантны относительно преобразований Галилея, т. е вид уравнений не изменяется.

Физические величины, которые при преобразованиях Галилея остаются неизменными, называются **инвариантами преобразований Галилея**.

I. Принцип относительности Галилея.

Проблема: уравнения Максвелла неинвариантны относительно ПГ.

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, & \operatorname{div} \vec{H} &= 0, \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, & \operatorname{div} \vec{E} &= 0. \end{aligned}$$



$$\Delta \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = 0$$

В основе СТО Эйнштейна лежат два постулата:

1. Принцип относительности Эйнштейна: все физические явления в ИСО протекают одинаково.
2. Принцип постоянства скорости света в вакууме: скорость света в вакууме одинакова во всех системах отсчета и не зависит от движения источников и приемников света, т.е. является универсальной постоянной:

$$c = 2,99793 \cdot 10^8 \text{ м / с}$$

Зная как изменяются пространственные и временные интервалы при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, можно получить релятивистские преобразования координат и времени (**прямые преобразования Лоренца**):

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad , z' = z.$$

$$t' = \frac{t - \frac{xV}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}.$$

II. СТО. Интервал .

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2$$

$$ds^2 = \eta_{ik} dx^i dx^k; i, k = 0, 1, 2, 3; x^0 = ct$$

$$\eta_{ik} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Принцип СТО: физические законы инвариантны относительно преобразования

$$x'^i = \Lambda^i_k x^k + T^i$$

где T^i – постоянный 4-вектор (трансляции)

Λ^k_i – постоянная матрица 4x4 (преобразование Лоренца)

6 параметров: $\left\{ \begin{array}{l} 3 \text{ Лоренц. поворота } \vec{v} \text{ (O' относительно O)} \\ 3 \text{ пространственных поворота (углы Эйлера)} \end{array} \right.$

Связь полной энергии и импульса:

$$W = c\sqrt{p^2 + m^2 c^2}$$

$$\frac{W^2}{c^2} - p^2 = m^2 c^2$$

Взятые друг от друга раздельно, энергия и импульс относительны, т.е. различны в разных СО.

Однако взятые в виде комбинации образуют абсолютную характеристику состояния частицы, инвариантную относительно преобразований Лоренца.

$$W^2 - c^2 p^2 = inv$$

Полная энергия в релятивистской механике

$$W = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} > 0$$

2) В состоянии покоя $V = 0$ полная энергия не равна нулю (энергия покоя):

$$W_0 = mc^2 \neq 0$$

Масса и энергия в любом теле представлены в пропорциональных количествах. Каждое изменение энергии покоя неизбежно сопровождается пропорциональным изменением его массы.

Энергия покоя представляет собой внутреннюю энергию частицы или тела, не связанную с движением тела как целого и его взаимодействием с внешними силовыми полями.

Задача Солнечная постоянная (плотность падающего на Землю потока энергии излучения Солнца) равна $C = 1,4 \text{ кВт/м}^2$. Определить массу Δm , которую теряет Солнце за один год.

Решение: Земля находится от Солнца на расстоянии

$$L = 1,48 \cdot 10^{11} \text{ м.}$$

За время Δt на единицу площади падает энергия $C\Delta t$.

Умножая на площадь сферы радиусом L , получаем полную энергию, излученную Солнцем за время Δt :

$$\Delta E = 4\pi \cdot L^2 \cdot C \cdot \Delta t.$$

Эта энергия возникает в результате термоядерных реакций за счет уменьшения энергии покоя Солнца.

Следовательно, его масса за год уменьшится на величину

$$\begin{aligned}\Delta m &= \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{4\pi \cdot L^2 \cdot C \cdot \Delta t}{c^2} = \\ &= \frac{4\pi \cdot (1,48 \cdot 10^{11})^2 \cdot 1,4 \cdot 10^3 \cdot 3,16 \cdot 10^7}{(3 \cdot 10^8)^2} = \\ &= 1,35 \cdot 10^{17} \text{ кг.}\end{aligned}$$

За время своего существования (5 млрд. лет) Солнце потеряло в массе

$$5 \cdot 10^9 \times 1,35 \cdot 10^{17} \approx 6,75 \cdot 10^{26} \text{ кг.}$$

Учитывая, что масса Солнца равна $M = 1,99 \cdot 10^{30}$ кг, потери массы на излучение составляют 0,03%.

Пример демонстрирует важный вывод СТО: **в природе нет закона сохранения массы, есть лишь закон сохранения полной энергии.**

Закон сохранения массы возник в классической физике только потому, что кинетические энергии продуктов химических реакций были намного меньше их энергий покоя.

$$W^2 - c^2 p^2 = inv$$

- Основные понятия ньютоновской теории гравитации
 - Однородное и изотропное пространство, в котором происходит движение
 - Однородное время как параметр движения
 - Гравитационное взаимодействие, моментально действующее по закону

$$F = G \frac{M_1 M_2}{r^2}$$

Теория гравитации.

- В настоящее время существует только одна последовательно релятивистская теория – теория электромагнитного взаимодействия. Несмотря на то, что гравитационное взаимодействие было открыто значительно раньше электромагнитного, никакой релятивистской теории не существовало. Из закона Ньютона следует, что поле тяготения – потенциальное поле, т.е. его напряженность является градиентом $\vec{g}$ некой скалярной величины φ , называемой гравитационным потенциалом.

$$\vec{g} = -\text{grad}\varphi$$

- Для частицы массы m

$$\varphi = -G \frac{m}{r}$$

- где $G=6.6745 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{с}^2$
- Если задано распределение массы вещества в пространстве, то по аналогии с уравнением Пуассона для электростатического потенциала при известном распределении заряда

$$\Delta\varphi_{el} = 4\pi\rho_{el}$$

$$\Delta\varphi_{Newt} = 4\pi\rho$$

- можно записать

Тем не менее необходимо отметить, что между электромагнитным и гравитационным взаимодействиями существует важное отличие, состоящее в том, что одноименные заряды отталкиваются, а массы притягиваются. Это означает, что теории гравитационного и электромагнитного полей должны быть существенно различны. В теории поля показано, что требование положительной определенности энергии в релятивистской теории поля приводит к притяжению одноименных зарядов для полей с четным спином, т.е. скалярное и тензорное поля, а к отталкиванию поля с нечетным спином.

Описанная теория имеет только один недостаток – она нерелятивистская, т.е. в ней присутствует мгновенное распространение взаимодействия. Иными словами теория не будет работать в тех случаях, когда поля настолько сильны, что разгоняют находящиеся в них тела до скоростей порядка скорости света.

Попробуем оценить эту величину. Скорость, до которой свободно падающее тело разгоняется от нулевой скорости на бесконечности (т.е. от области где $\varphi_0=0$):

$$v = \sqrt{2gS} \quad \text{т.к.} \quad \vec{g} = -\text{grad}\varphi \approx \Delta\varphi/S \quad \text{то} \quad v = \sqrt{2\frac{\Delta\varphi}{S}S} \approx \sqrt{\varphi}$$

отсюда получаем, что $|\varphi| \ll c^2$

На поверхности
Солнца

$$\frac{|\varphi|}{c^2} \approx 4 \cdot 10^{-6}$$

На поверхности белого карлика

$$\frac{|\varphi|}{c^2} \approx 10^{-3}$$

Теория Ньютона также неприменима для пробных тел, движущихся со скоростями порядка скорости света в поле тяжести, например, для расчета траектории света в поле тяжести.

Наконец, теория Ньютона неприменима при расчете переменных гравитационных полей, создаваемых движущимися телами, т.к. в ней передача взаимодействий происходит мгновенно.

Релятивистское обобщение в теории электромагнетизма состоит в замене оператора Лапласа Δ на оператор Д'Аламбера $\square$ и заменой источника поля ρ в правой части на источник с правильными тензорными свойствами

$$j_\mu = (\rho, \vec{j}) \quad \square A_\mu = 4\pi j_\mu$$

Возникает вопрос, что ставить в случае гравитационного поля? Гравитационное поле связано с массой с одной стороны, а $E=mc^2$, с другой, Т.о. ρ , которое мы имели в нерелятивистском уравнении является либо нерелятивистским пределом тензора **энергии**-импульса $T_{\mu\nu}$, либо скаляра $T_{\nu\nu}$. Соответственно, гравитационное поле будет либо тензорным, либо скалярным.

Попробуем сделать выбор между этими вариантами.
Сравним преобразования плотности энергии при переходе к движущейся системе координат с преобразованием плотности зарядов и тока. ($\rho_m = m/V$; $\rho_e = q/V$)

Объем тела в движущейся системе координат сокращается

$$V = V_0 \sqrt{1 - v^2}$$

Масса увеличивается $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2}}$

Заряд q остается неизменным

Окончательно при $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2}}$

$$\begin{aligned}\rho_m &= \rho_{0m} \gamma^2 \\ \rho_e &= \rho_{0e} \gamma\end{aligned}$$

Это означает, что с формальной точки зрения ρ ведет себя как $_{00}$ -компонента тензора второго ранга. А таким является тензор энергии-импульса.

Получаем релятивистское обобщение

$$\square \psi_\nu{}^\mu = 4\pi G T_\nu{}^\mu$$

Уравнение, которое мы написали по аналогии с электродинамикой, на самом деле не описывает гравитационное поле в полной мере.

Фактически мы написали релятивистскую теорию Ньютона в плоском пространстве Минковского

Есть одно фундаментальное отличие:

Фотоны не обладают зарядом, а значит сами не могут быть источником поля. Гравитационное поле («гравитоны») имеют энергию, т.е. они сами могут быть источниками поля (т.е. обладают тензором энергии-импульса)

Мы имеем самодействие!!!

Вывод: Нужна дальнейшая модификация уравнений, а для этого нужен какой-то новый принцип.

Фактически, в нашем упрощенном изложении, мы написали релятивистскую теорию Ньютона в плоском пространстве Минковского.

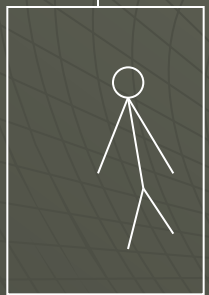
Однако плоское пространство-время является ненаблюдаемым (фиктивным), т.к. нет частиц, которые были бы нейтральны по отношению к гравитации и могли бы начертить нам геометрию Минковского.

IV. ОТО. Принцип эквивалентности.

Обобщением ТО на случай неинерциальных СО и присутствия грав. полей стала ОТО.

Основной принцип—*принцип эквивалентности*.

Свойства движения в неинерциальной системе отсчёта те же, что и в ИС при наличии гравитационного поля.



«Идеальную возможность изучать тяготение имеет человек, падающий в лифте с двадцатого этажа»

Однако следует помнить, что инерционные силы компенсируют гравитацию лишь локально. Т.е. мы можем построить только такую СО, которая локально эквивалентна гравитационному полю.

Эйнштейн ввел принцип эквивалентности, который можно сформулировать в нескольких видах

- Ускорения всех материальных точек в гравитационном поле одинаковы.
- В любой точке пространства-времени можно в произвольном гравитационном поле выбрать такую систему координат, что в достаточно малой окрестности этой точки гравитационное поле будет отсутствовать.
- (Иными словами в неинерциальной системе отсчета появляются силы эквивалентные тяготению).

Масса, энергия и гравитация

Уравнение Пуассона:

$$G = 6.67 \cdot 10^{-8} \text{ дин см}^2 \text{ г}^{-2}$$

$$\Delta\Phi = 4\pi G\rho$$

$$\begin{array}{ccc} \Phi & \Rightarrow & g_{ik} \\ \text{Н} & & \text{ОТО} \end{array} \quad (4 \times 4 + \text{симметрии} \Rightarrow 10 \text{ потенциалов})$$

Уравнение Пуассона
в ОТО:

вторые производные метрического тензора = распределение массы, энергии

Симметрии: $T_{ik} = T_{ki}$

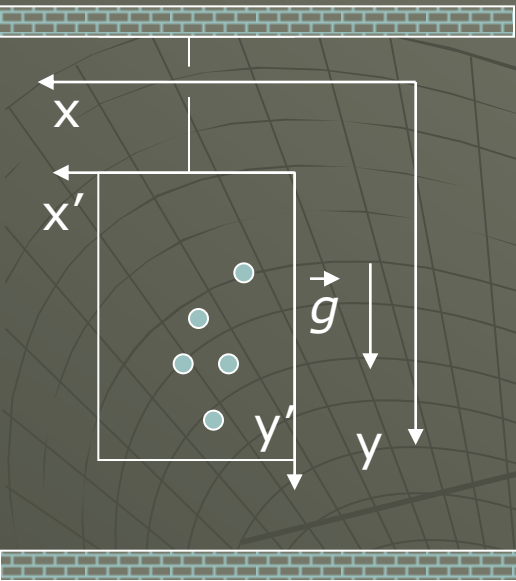
Лоренцева ковариантность: $T_{ik} = \Lambda_i^\ell \Lambda_k^m T'_{\ell m}$

Закон сохранения: $\eta^{ik} \frac{\partial T_{i\ell}}{\partial x^k} = 0$

Тензоры

Физические законы не должны зависеть от выбора локальных координат и закона их преобразования. По этой причине Эйнштейн сформулировал законы теории относительности в ковариантной форме с помощью тензорного анализа.

IV. ОТО. Метрика в неинерциальной системе.



$$m_N \frac{d^2 \vec{r}_N}{dt^2} = m_N \vec{g} + \sum_M \vec{F}(\vec{r}_N - \vec{r}_M)$$

$$x = x'$$

$$y = y' + \frac{1}{2} g t^2$$

$$z = z'$$

$$t = t'$$

$$m_N \frac{d^2 \vec{r}'_N}{dt'^2} = \sum_M \vec{F}(\vec{r}_N - \vec{r}_M)$$

Во всех ИС интервал имеет один и тот же

ВИД: $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2 = \eta_{ik} dx^i dx^k$

$$ds^2 = dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 + 2gt'dt'dy' - (c^2 - g^2 t'^2) dt'^2 = g_{ik} dx'^i dx'^k$$

Квадратичная форма диагональна только в отсутствие грав. полей.

Важно: вместо поиска инерциальной системы отсчета $\{y^i\}$ в каждой точке пространства-времени, возьмем метрический тензор как **определяющий** элемент пространства-времени.

Результат: метрическая теория гравитации
(ОТО – только один из примеров)

Основные понятия ОТО

- *Пространство-время Римана* – кривое 4-х мерное пространство (т.е. элемент интервала ds нельзя глобально преобразовать в форму Минковского)
- Геометрические свойства (кривизну) определяет движение и распределение массы. Но и само движение определяется кривизной пространства.

Уравнения Эйнштейна

- Кривизну с распределением массы связывают *уравнения Эйнштейна*

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = -\kappa T_{ik}$$

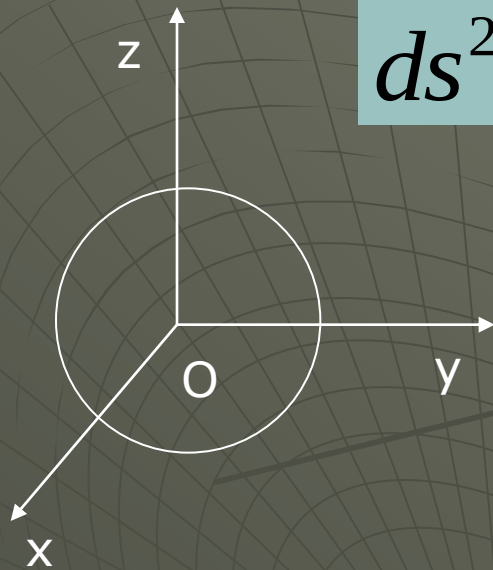
- R_{ik} и $R = g^{ik} R_{ik}$ характеризуют кривизну
- g_{ik} – метрический тензор $g_{ik} = \vec{e}_i \vec{e}_k$
- T_{ik} характеризует распределение и движение материи
- κ – постоянная Эйнштейна $\kappa = \frac{8\pi G}{c^4}$

R_{ik} – тензор Риччи и построен из g_{ik} и его первых и вторых производных.
Фактически здесь написаны предыдущие уравнения, но в криволинейном пространстве

Проверка ОТО

1. Равенство инертной и гравитационной масс.
2. Принцип эквивалентности.
3. Искривление луча света в гравитационном поле.
4. Изменение частоты света при движении в гравитационном поле.

V. Эффекты ОТО. Замедление часов.



$$ds^2 = -c^2 dt^2$$

$$ds^2 = g_{00} (dx^0)^2$$

$$dt = (-g_{00})^{1/2} \frac{dx^0}{c}$$

Геоцентрическая система координат (ГСК) с началом в центре масс Земли.

$$d\tau = dt \left(1 - \frac{U}{c^2} - \frac{v^2}{2c^2} \right)$$

Пример I: Изменение хода времени при подъёме на 100 м.

$$\frac{d\tau_2}{d\tau_1} = 1 - \frac{U_2 - U_1}{c^2}$$

$$\frac{d\tau_2}{d\tau_1} = 1 + 10^{-14}$$

За сутки часы «сверху» уйдут вперёд примерно **на 1 нс.**

Равенство инертной и гравитационной масс

Массу тела можно определить путем измерения испытываемого телом ускорения a под действием известной силы F

$$M_{\text{ин}} = \frac{F}{a}.$$

Определяемая таким путем масса $M_{\text{ин}}$ известна под названием инертной массы.

Массу можно также определить, измеряя силу ее тяготения к другому телу, например, к Земле

$$\frac{GM_3 M_{\text{гр}}}{R_3^2} = F.$$

Определяемая таким образом масса $M_{\text{гр}}$ носит название гравитационной массы. В формуле (2) M_3 — масса Земли, а R_3 — её радиус.

Замечательно, что инертные массы всех тел в пределах точности измерений пропорциональны их гравитационным массам. Простейший опыт по проверке сказанного заключается в выяснении того, действительно ли все тела падают с одинаковым ускорением. Для одного тела, падающего вблизи поверхности Земли, имеем

$$M_{\text{ин}}(1)a(1) = \frac{GM_3 M_{\text{гр}}(1)}{R_3^2},$$

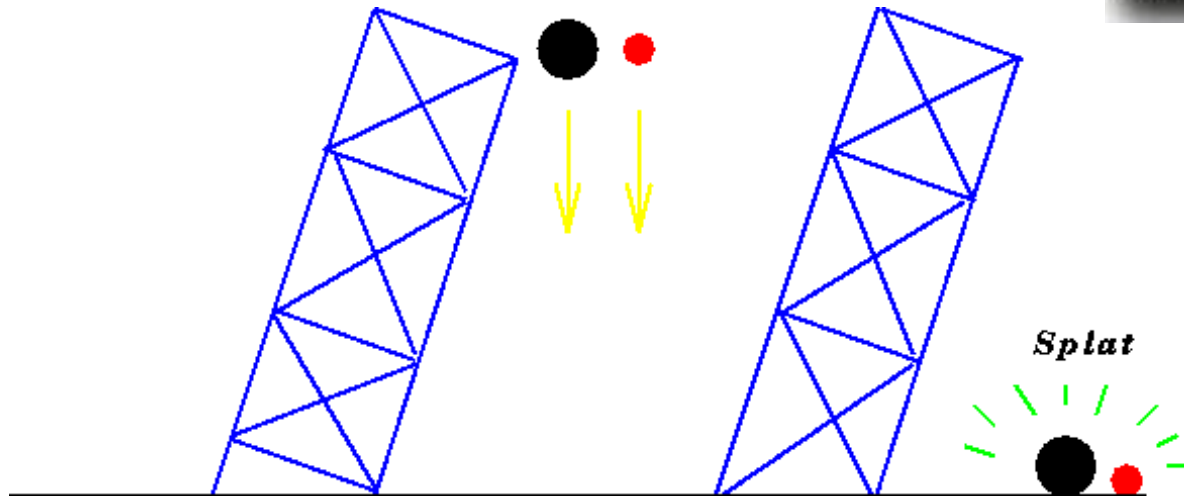
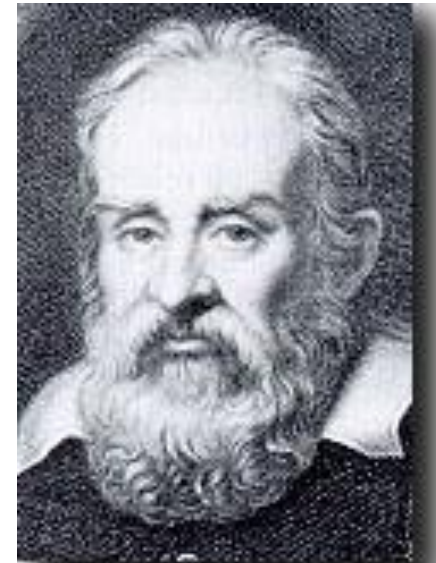
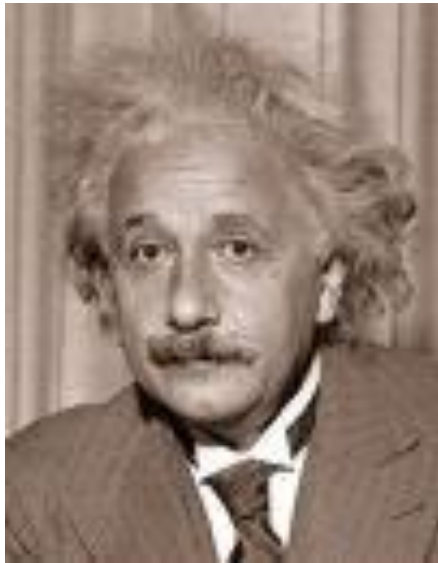
$$M_{\text{ин}}(2)a(2) = \frac{GM_3 M_{\text{гр}}(2)}{R_3^2}.$$

$$\frac{M_{\text{ин}}(1)}{M_{\text{гр}}(1)} = \frac{M_{\text{ин}}(2)}{M_{\text{гр}}(2)} \cdot \frac{a(2)}{a(1)}.$$

$$a(2) = a(1)$$

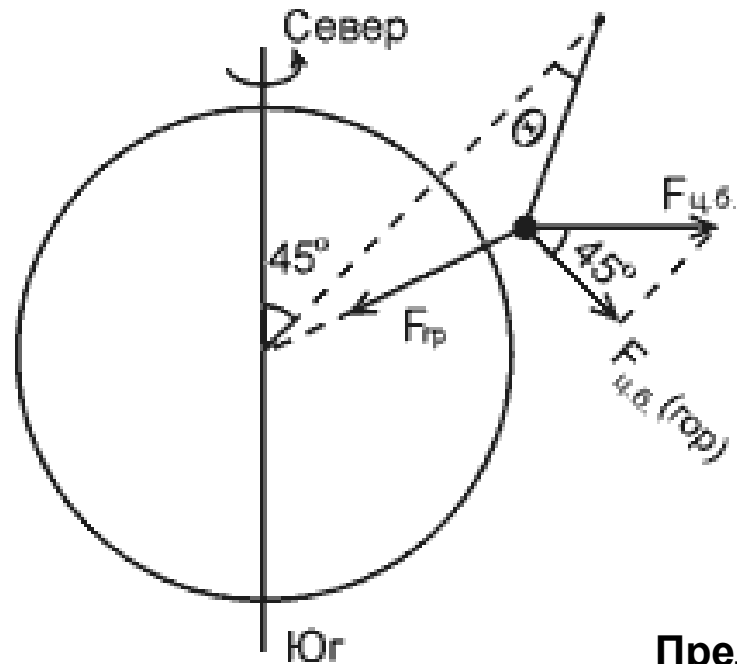
$$\frac{M_{\text{ин}}(1)}{M_{\text{гр}}(1)} = \frac{M_{\text{ин}}(2)}{M_{\text{гр}}(2)},$$

Экспериментальное доказательство принципа эквивалентности



Before *After*
1-я астрометрическая школа в
Москве, октябрь 22-26, 2007

Среди других опытов следует отметить остроумные опыты Этвеша, начатые в 1890 г. и продолжавшиеся около 25 лет. Рассмотрим сначала поведение маятника, подвешенного у поверхности Земли на широте 45°



На шарик маятника действует сила гравитационного притяжения, направленного к центру Земли

$$F_{гр} = M_{гр}g,$$

центробежная сила, направленная перпендикулярно оси вращения Земли вокруг своей оси

$$F_{ц.б.} = M_{ин} \Omega^2 R_3 \cos 45^\circ = M_{ин} \Omega^2 R_3 / \sqrt{2}.$$

Равнодействующая обеих сил образует угол

$$\theta \approx \frac{M_{ин} \Omega^2 R_3 \cos^2 45^\circ}{M_{гр}g - M_{ин} \Omega^2 R_3 \cos^2 45^\circ} \approx \frac{M_{ин} \Omega^2 R_3}{2M_{гр}g} \approx 0,003$$

Предположим теперь, что крутильный подвес состоит из двух шариков, сделанных из различного материала, но одинаковой гравитационной массы $M_{гр}(1) = M_{гр}(2)$.

Зрительная
труба



Север

Если $M_{ин}(1) \neq M_{ин}(2)$, то под действием неуравновешенных центробежных сил (горизонтальная компонента) крутильная нить будет закручиваться. Измерение повторяется после поворота прибора на 180° . Это позволяет определить нулевое положение весов.

Дике (1961-1964 гг.) подтвердили равенство обоих видов масс с точностью до 10^{-10} .

Искривление луча света в гравитационном поле

Согласно формуле Эйнштейна $\mathcal{E} = m_{\text{ин}} c^2$

Но энергия фотона равна, как известно, величине $\hbar\omega$, где ω — частота фотона. Следовательно, инертная масса фотона равна

$$m_{\text{ин}} = \frac{\hbar\omega}{c^2}.$$

Согласно принципу эквивалентности она должна быть равна гравитационной массе фотона

$$m_{\text{гр}} = m_{\text{ин}} = \frac{\hbar\omega}{c^2}.$$

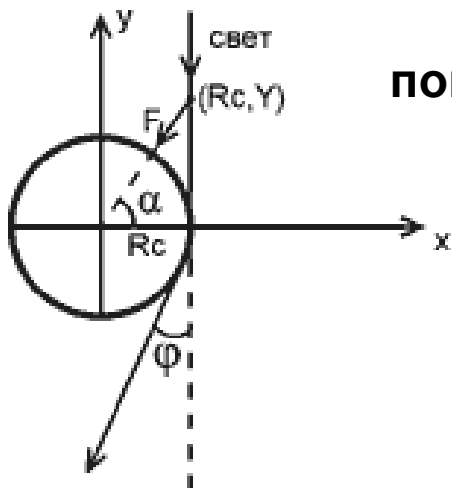
Таким образом, за счет наличия у фотона гравитационной массы свет отклоняется гравитационным полем. Заметить это отклонение можно, например, наблюдая прохождение луча света около Солнца. В этом случае эффект будет максимальным.



Предположим, что свет проходит мимо Солнца с прицельным расстоянием R_c (отсчитанным от центра Солнца). Поперечная гравитационная сила, действующая на фотон в положении (R_c, y) равна

$$F_x = -GM_c m_\phi \frac{\cos\alpha}{R_c^2 + y^2} = -GM_c m_\phi \frac{R_c}{(R_c^2 + y^2)^{3/2}}.$$

поперечная составляющая приращения импульса вдоль оси x



$$\begin{aligned} m_\phi v_x &= \int F_x dt = \int F_x \frac{dy}{dy/dt} = \int F_x \frac{dy}{v_y} = \int F_x \frac{dy}{c} = \\ &= -\frac{GM_c m_\phi}{c} R_c \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dy}{(y^2 + R_c^2)^{3/2}} = -\frac{2GM_c m_\phi}{R_c c} \underbrace{\int_0^\infty \frac{d\xi}{(\xi^2 + 1)^{3/2}}}_{=1} \end{aligned}$$

$$\varphi = \frac{|v_x|}{c} \approx \frac{2GM_c}{R_c c^2} \approx 0,87''.$$

Более точные вычисления, основанные на специальной теории относительности и принципе эквивалентности, предсказывают в два раза большее значение: 1,75 ". Этот результат был экспериментально проверен для света (наблюдения велись во время солнечных затмений) и подтвердился с точностью около 20%. Позднее для радиоволн была достигнута бóльшая точность, порядка 5%–10%.

**Эффекты общей теории
относительности на Земле**

СДВИГ ЧАСТОТЫ В ОТО

При движении фотона вблизи поверхности Земли вверх по вертикали на расстояние l фотон должен затратить часть своей энергии на совершение работы против сил тяжести:

$$A = m_g gh = \frac{\hbar \omega g l}{c^2}.$$

Соответственно первоначальная энергия $\hbar \omega$ фотона должна уменьшится на величину

$$\Delta E = A$$

Значит, частота фотона в конце пути будет меньше на величину

$$\Delta \omega = \frac{\Delta E}{\hbar} = \frac{\hbar \omega l}{c^2}$$

Относительное уменьшение частоты фотона

$$\delta = \frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{gl}{c^2}$$

при распространении по вертикали было измерено в 1960 г. американскими учеными Паундом и Ребкой.

Перепад высот в опыте Паунда-Ребки составлял

$$l = \frac{\delta c^2}{g} \approx 18 \text{ м.}$$

Опыт Паунда-Ребке

Эффект Мессбауэра

Энергия кванта $\varepsilon_\gamma = \frac{h\omega}{2\pi}$

Импульс

$$p = \frac{h\omega}{2\pi c}$$

Энергия отдачи ядра при испускании гамма кванта $\Delta\varepsilon = \frac{p^2}{2M} = \frac{(h\omega)^2}{8\pi^2 Mc^2}$

Линия испускания и линия поглощения смещены на $2\Delta\varepsilon$

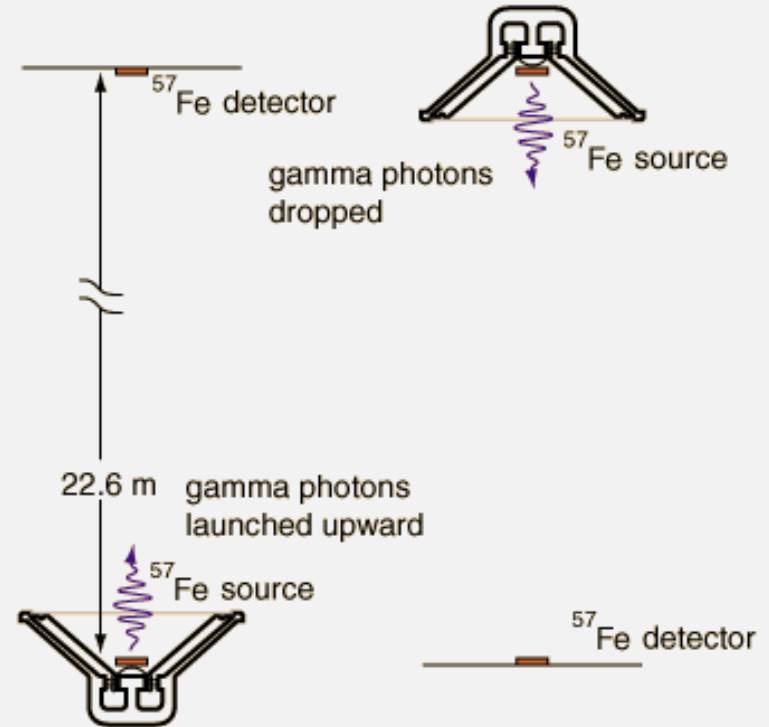
Эту разницу можно компенсировать за счет эффекта Доплера $\Delta\varepsilon = \varepsilon_0 \frac{v}{c}$

Эффекты общей теории относительности на Земле

Опыт Паунда и Ребки (1960)

$$\frac{\Delta E(22.5\text{ м})}{E_0} \sim 2.5 \times 10^{-15}$$

Подтвердил правильность
ОТО с точностью 10%



В 60 – 70 гг. замедление времени наблюдалось не только с помощью гамма распада, но и проводились прямые измерения с использованием высокоточных часов, основанных на эффекте Мессбауэра. Двое таких часов показывают одно и то же время с точностью до 10^{-16} с

В 1971 г. Хафель и Китинг осуществили прямое измерение замедления времени, отправив два экземпляра атомных часов в кругосветное путешествие на реактивном самолете. Потом их показания сравнили с показаниями таких же часов, оставленных на Земле, в лаборатории ВМС США. Время запаздывания составило $273 \cdot 10^{-9}$ с , что в пределах ошибок согласуется с теорией.

Измерения на самолете дали точность 0.04%

На спутниках время уходит на ~ 8.5 мсек в год

Без ОТО навигаторы работать не будут

Эффект изменения частоты света при удалении от большой тяготеющей массы называется **гравитационным красным смещением.**

Эффекты общей теории относительности на звездах

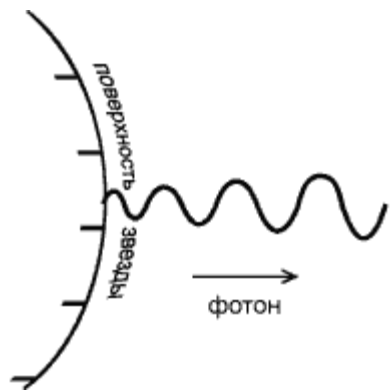
Следствием гравитационного красного смещения является то, что фотон частоты ω , покидающий звезду и уходящий в бесконечность, будет восприниматься в бесконечности с частотой где $M_{зв}$ — масса звезды, а $R_{зв}$ — радиус звезды

$$\omega' = \omega \left(1 - \frac{GM_{зв}}{R_{зв}c^2} \right),$$

Так для Сириуса В вычисленное относительное смещение составляет

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} \approx -5,9 \cdot 10^{-5},$$

измеренное равно $-6,6 \cdot 10^{-5}$



Тензор энергии-импульса

- Рассмотрим вид тензора энергии-импульса T_{ik} в наиболее частых случаях
- Компонента T_{00} равна плотности энергии вещества $\varepsilon = \rho c^2$
- Компоненты T_{ij} ($i = 1, 2, 3$) равны давлению вещества p
- Недиagonальные члены в ЛИСО – нули
(*Локально-инерциальная система отсчета*)

Λ - член

- Исторически первая модель вселенной Эйнштейна (1917 г.) была по построению статичной. С другой стороны ему было очевидно, что в этом случае одно только притяжение приведет к схлопыванию вселенной
- Чтобы решить это противоречие, Эйнштейн добавил в уравнения дополнительный скалярный член (т.н. Λ -член) (Фактически антигравитацию).

Как строить модель вселенной?

- Тензор энергии-импульса для *пыли*:
 - Пыль определена как среда с низкой температурой (т.е. тепловые скорости движения много меньше скорости света c)
 - Отсюда давление пыли равно нулю и единственная ненулевая компонента тензора T_{ik} есть

$$T_{00} = \rho c^2$$

Тензор энергии-импульса

- Открытый вид тензора энергии-импульса для ультра-релятивистского вещества (в его системе отсчета):

$$T^{ik} = \begin{pmatrix} \varepsilon & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3}\varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3}\varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3}\varepsilon \end{pmatrix}$$

- Для излучения (фотонов) T_{ik} такой же!

Уравнение состояния

- Давление с плотностью вещества связано **уравнением состояния вещества**, общий вид которого $p = \alpha \rho c^2$
- Из вида тензора T_{ik} следует, что для пыли $\alpha = 0$, а для ультра-релятивистского вещества и излучения $\alpha = 1/3$

Фридмановские модели

- Основные приближения
 - Пространство однородно и изотропно
 - Материя есть «пыль»
- Тогда уравнения Эйнштейна сводятся к

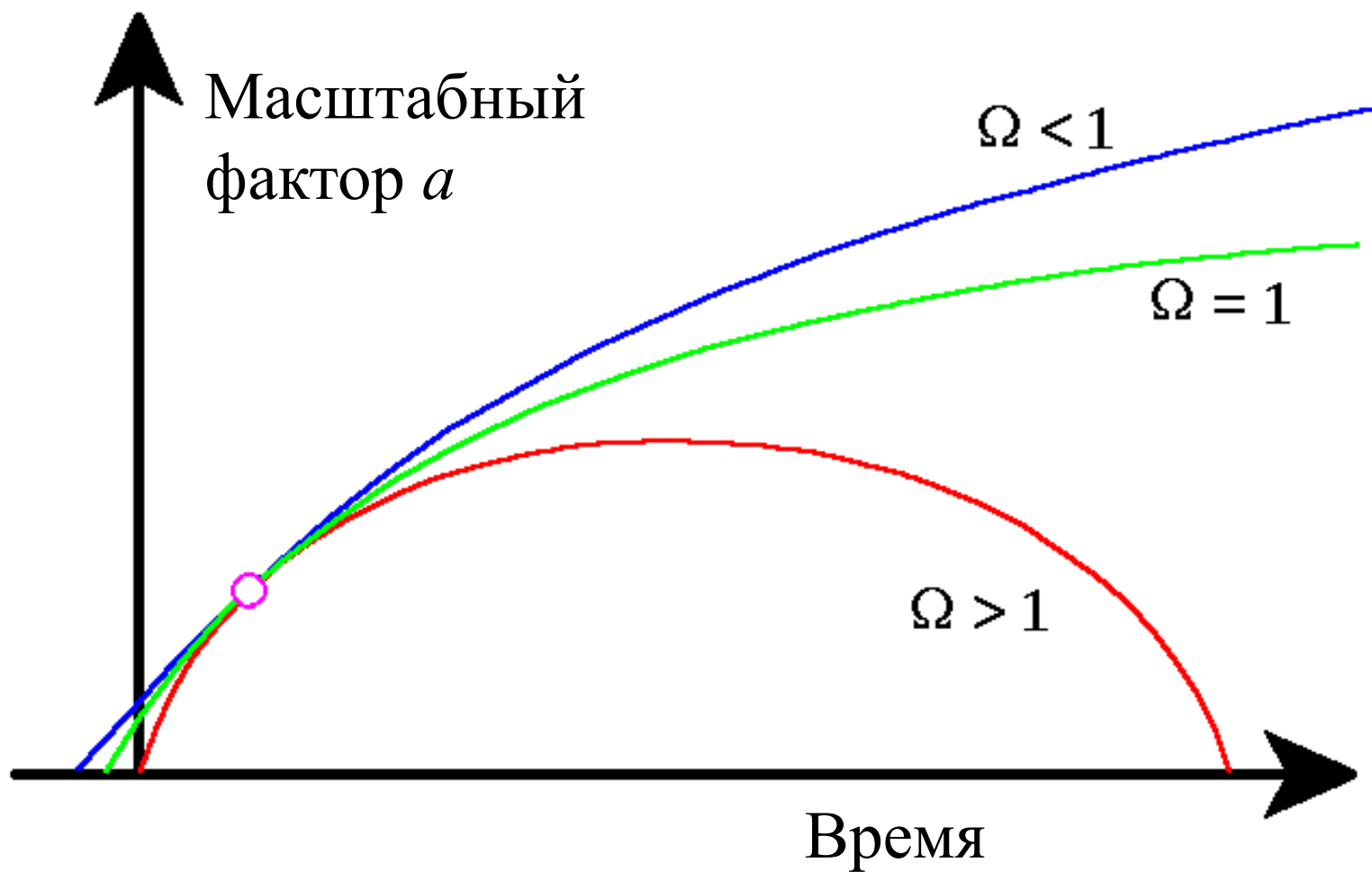
$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2 + kc^2}{a^2} = 0$$

$$\frac{\dot{a}^2 + kc^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3c^2} T_0^0$$

Эволюция Вселенной

- Эволюция зависит от одного параметра – ***параметра плотности Ω*** .
- Если $\Omega < 1$, то вселенная вечно расширяется. ***Пространство открыто.***
- Если $\Omega > 1$, то вселенная после стадии расширения начинает сжиматься обратно. ***Пространство замкнуто.***
- Если $\Omega = 1$, то пограничный случай – ***пространство плоское***

Эволюция Вселенной

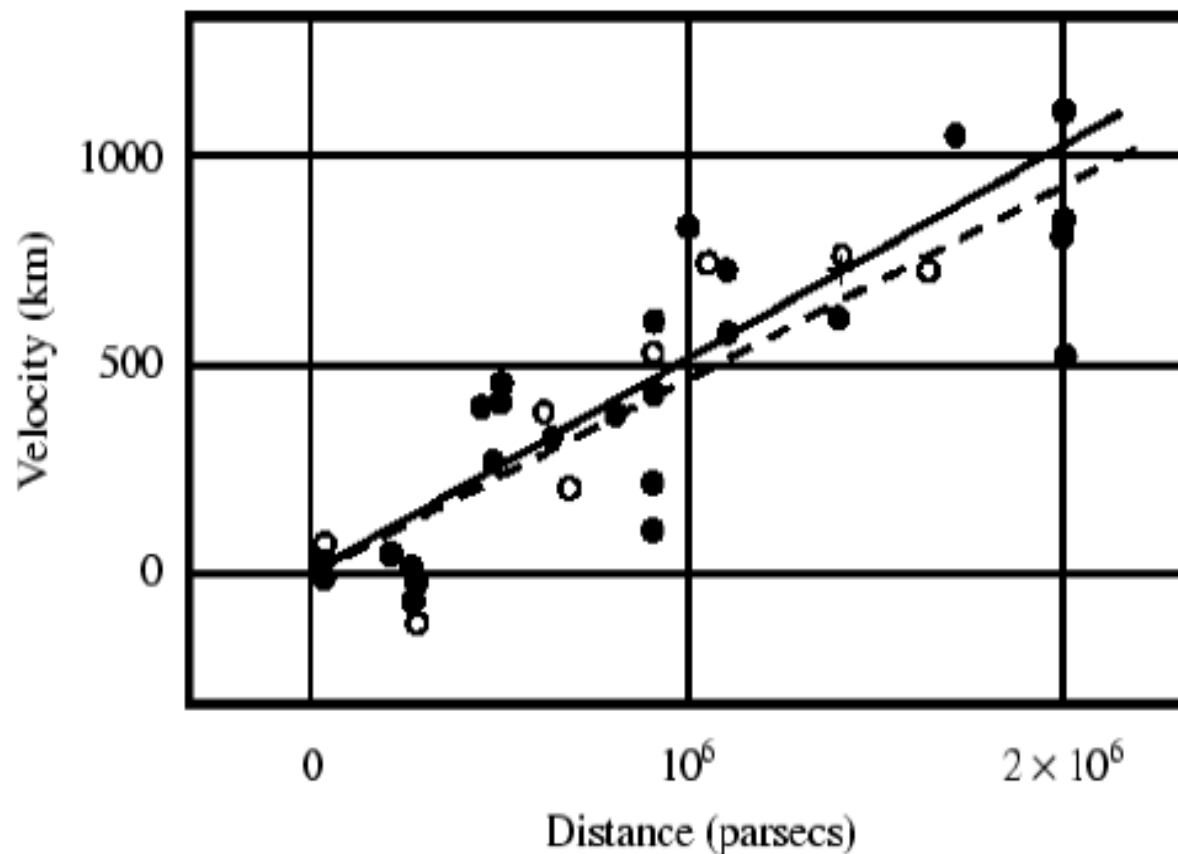


Основной космологический принцип

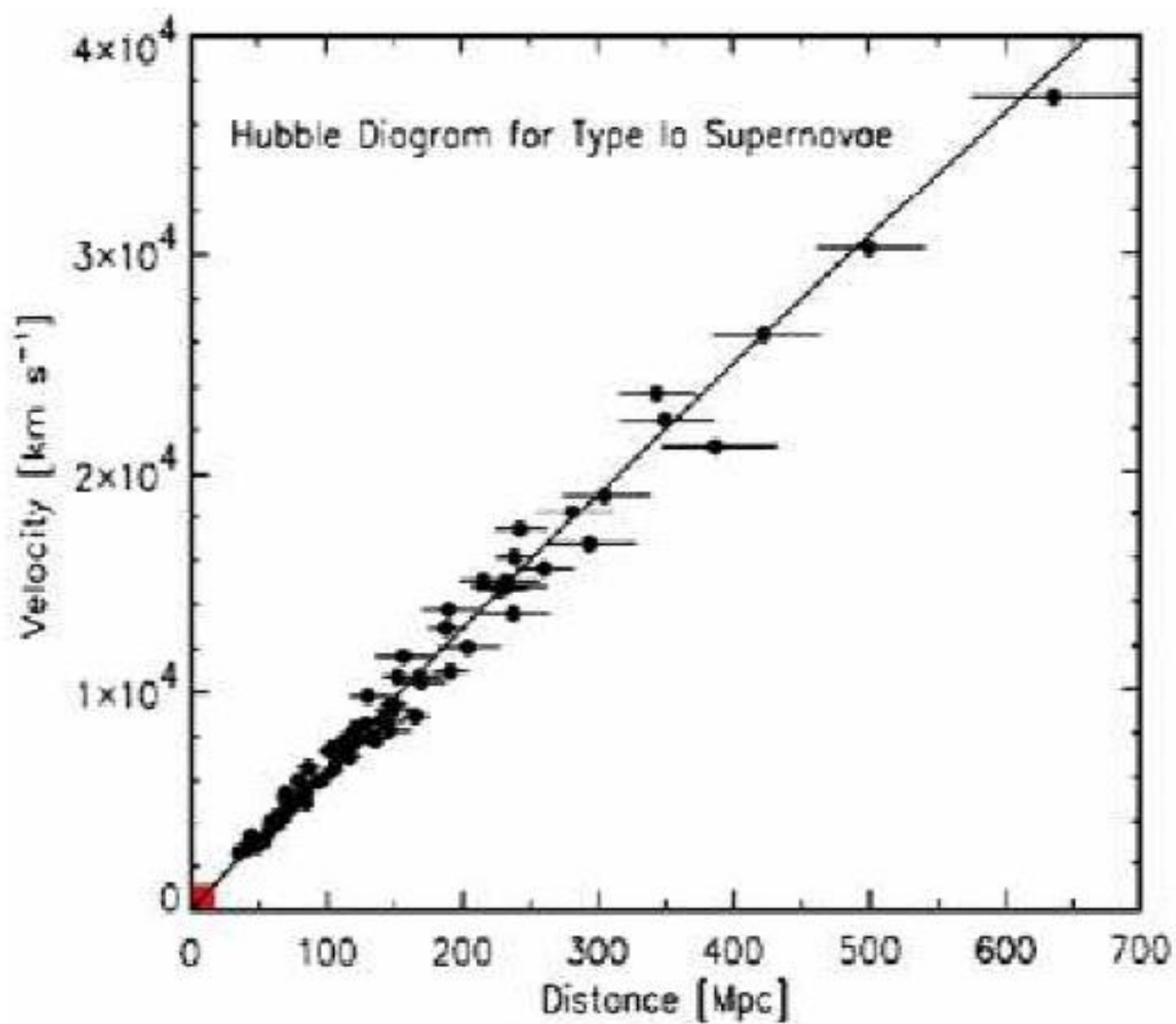
1929 г. Э.Хаббл – галактики разбегаются со скоростью,
пропорциональной расстоянию

$$V = H R$$

. Первая оценка Хаббла – $H \sim 500$ км/с/Мпк



По современным данным:



Открытие реликтового излучения.

В 1960 в Кроуфорд-Хилле, Холмдел (шт. Нью-Джерси, США) была построена антенна для приема радиосигналов, отраженных от спутника-баллона «Эхо». К 1963 для работы со спутником эта антенна была уже не нужна, и радиофизики Роберт Вудро Уилсон (р. 1936) и Арно Элан Пензиас (р. 1933) из лаборатории компании «Белл телефон» решили использовать ее для радиоастрономических наблюдений. Антенна представляла собой 20-футовый рупор. Вместе с новейшим приемным устройством этот радиотелескоп был в то время самым чувствительным инструментом в мире для измерения радиоволн, приходящих с широких площадок на небе. В первую очередь предполагалось провести измерения радиоизлучения межзвездной среды нашей Галактики на волне длиной 7,35 см.

Предварительные испытания приемной системы показали несколько больший шум, чем ожидалось по расчетам, но казалось правдоподобным, что это связано с небольшим избытком шума в усилительных цепях. Чтобы избавиться от этих проблем, Пензиас и Уилсон использовали устройство, известное как «холодная нагрузка»: сигнал, приходящий от антенны, сравнивается с сигналом от искусственного источника, охлажденного жидким гелием при температуре около четырех градусов выше абсолютного нуля (4 K). В обоих случаях электрический шум в усилительных цепях должен быть одинаков, и поэтому полученная при сравнении разница дает мощность сигнала, идущего от антенны. Этот сигнал содержит вклады только от антенного устройства, земной атмосферы и астрономического источника радиоволн, попадающего в поле зрения антенны.

Пензиас и Уилсон ожидали, что антенное устройство будет давать очень небольшой электрический шум. Естественно, какой-то радишум ожидался на такой длине волны и от земной атмосферы, но этот шум должен иметь характерную зависимость от направления: он должен быть пропорционален толщине атмосферы в том направлении, в каком смотрит антенна: немного меньше в направлении зенита, чуть больше в направлении горизонта.

К своему удивлению, Пензиас и Уилсон обнаружили весной 1964, что они принимают на длине волн 7,35 см довольно заметное количество микроволнового шума, не зависящего от направления. Они нашли, что этот «статический фон» не меняется в зависимости времени суток, а позднее обнаружили, что он не зависит и от времени года. Следовательно, это не могло быть излучением Галактики, ибо в этом случае его интенсивность менялась бы в зависимости от того, смотрит антенна вдоль плоскости Млечного Пути или поперек. Отсутствие каких-либо вариаций наблюдаемого микроволнового шума с направлением весьма серьезно указывало на то, что эти радиоволны, если они действительно существуют, приходят не от Млечного Пути, а от значительно большего объема Вселенной.

Исследователям было ясно, что необходимо снова проверить, не может ли сама антенна производить этот электрический шум. В частности, было известно, что в рупоре антенны угнездилась пара голубей. Они были пойманы, отправлены по почте на принадлежащий компании «Белл» участок в Виппани, выпущены на волю, вновь обнаружены несколькими днями спустя на своем месте в антенне, снова пойманы и наконец утихомирены более решительными средствами. Однако во время аренды помещения голуби покрыли внутренность антенны тем, что Пензиас назвал «белым диэлектрическим веществом», которое при комнатной температуре могло быть источником электрического шума. В начале 1965 был демонтирован рупор антенны и вычищена вся грязь, однако это дало очень малое уменьшение наблюдаемого уровня шума.

Когда все источники помех были тщательно проанализированы и учтены, Пензиас и Уилсон вынуждены были сделать вывод, что излучение приходит из космоса, причем со всех сторон с одинаковой интенсивностью. Оказалось, что пространство излучает так, как будто бы оно нагрето до температуры 3,5 кельвина (точнее, достигнутая точность позволяла заключить, что «температура космоса» от 2,5 до 4,5 кельвина). Необходимо заметить, что это очень тонкий экспериментальный результат: например, если перед рупором антенны расположить брикет мороженого, то он сиял бы в радиодиапазоне, в 22 млн. раз более ярком, чем соответствующей участок неба. Пензиас и Уилсон не торопились с публикацией.

Случилось так, что Пензиас позвонил по совершенно другому поводу своему приятелем Бернарду Берку из Массачусетского технологического института. Незадолго до этого Берк слышал от своего коллеги Кена Тсрнера из Института Карнеги о докладе, который тот, в свою очередь, слышал в Университете Джонса Хопкинса, сделанном теоретиком из Принстона Филом Пиблс, работавшим под руководством Роберта Дикке. В этом докладе Пиблс приводил аргументы в пользу того, что должен существовать фоновый радишум, оставшийся от ранней Вселенной и имеющий

Вышли статьи:

Astrophysical Journal
Nov. 1, 1965

Cosmic Black-body Radiation

R.H. Dicke

P.J.E. Peebles

P.G. Roll

D.T. Wilkinson

"While we have not yet obtained results with our instrument, we recently learned that Penzias and Wilson (1965) of the Bell Telephone Laboratories have observed background radiation at 7.3 cm wavelength..."

A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s

A.A. Penzias

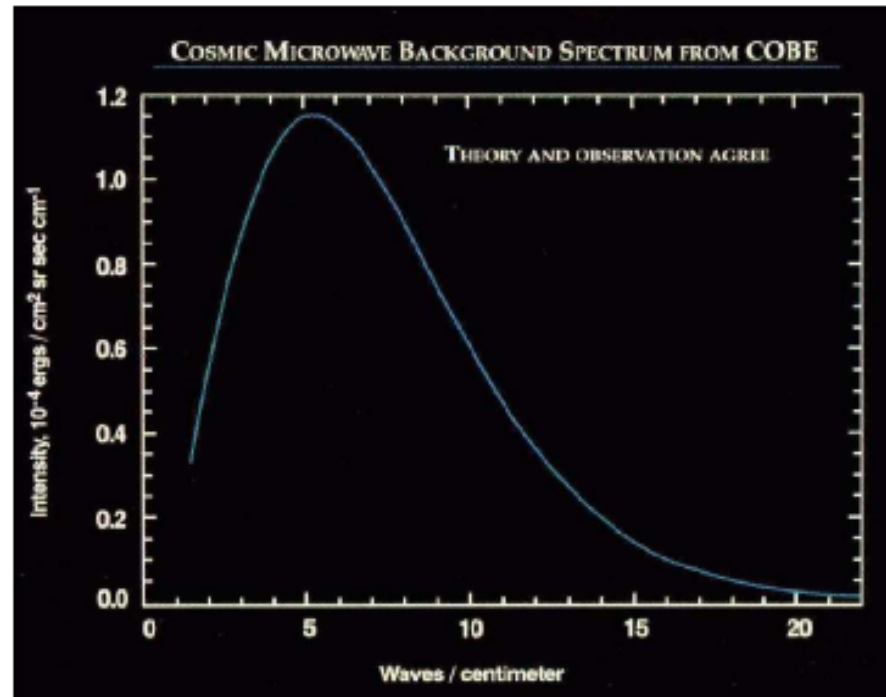
R.W. Wilson

"A possible explanation for the observed excess noise temperature is the one given by Dicke, Peebles, Roll, and Wilkinson (1965) in a companion letter in this issue."

- XBL 7811-6656

Уравнение планковской кривой имеет вид

$$\rho_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1}$$



Микроволновое излучение Вселенной иначе называется реликтовым. Такое название связано с тем, что оно несет в себе информацию о физических условиях, царивших во Вселенной тогда, когда еще не успели образоваться звезды и галактики. Сам факт существования этого излучения говорит о том, что в прошлом свойства Вселенной были существенно иными, чем в настоящее время.

Поскольку спектр реликтового излучения является спектром абсолютно черного тела, это излучение формируется **полностью непрозрачным нагретым телом.**

Так как это излучение равномерно приходит к нам со всех сторон, мы со всех сторон окружены каким-то **непрозрачным телом.**

Однако Вселенная — в современном ее виде — почти полностью прозрачна для радиоволн в микроволновом (мм и см) диапазоне. Стало быть, вещество, испускающее это излучение, отстоит от нас намного дальше, чем любые наблюдаемые объекты.

Вселенная была полностью непрозрачной в глубоком прошлом, когда еще не образовались звезды и галактики; а раз непрозрачной, значит, очень плотной.

Работа Гамова основана на двух ясно сформулированных у него исходных положениях. Первое касается используемой для вычислений космологической модели. В качестве таковой принимается открытая модель Фридмана и считается, что современной эпохе соответствует асимптотический инерциальный режим расширения мира. В этом случае расстояния между космическими телами и радиус кривизны мира как целого растут просто пропорционально времени, а относительные скорости всех тел остаются постоянными:

$$R \propto t, \quad v \propto \text{const.} \quad (1)$$

Это, очевидно, простейший вариант космологической динамики.

Гамову для его целей нужно иметь выражение для плотности вещества в такой модели. Вещество считается "обычным", нерелятивистским. Соответствующая формула получается путем деления массы на объем, так как в мире Фридмана плотность однородна:

$$\rho_m = \frac{M_m}{(4\pi/3)R^3} \propto t^{-3}. \quad (2)$$

Здесь M_m — масса вещества в сферическом объеме радиуса R (под которым можно понимать, в частности, и радиус кривизны).

Эти две формулы описывают асимптотику при времени, стремящемся к бесконечности, точного фридмановского решения для открытой модели, которое обычно записывается в параметрическом виде:

$$\begin{aligned} R &= R_m (\cosh \eta - 1), \\ t &= \frac{R_m}{c} (\sinh \eta - \eta), \\ \rho_m &= \frac{6R_m}{\kappa R^3}, \end{aligned} \quad (3)$$

где η — параметр решения, c — скорость света в вакууме, $\kappa = 8\pi G/c^2$ — эйнштейновская гравитационная константа, G — ньютоновская гравитационная константа, $R_m = GM_m/c^2$ — произвольная постоянная решения, связанная с массой вещества внутри данного объема M_m . Асимптотике (1), (2) отвечает в (3) предел $\eta \rightarrow \infty$.

Гамов принимает следующие численные значения для современного возраста мира и современной плотности вещества:

$$\begin{aligned} t_0 &= 10^{17} \text{ с} \cong 3 \text{ млрд. лет}, \\ \rho_m(t_0) &= 10^{-30} \text{ г см}^{-3}. \end{aligned} \quad (4)$$

$$\rho_m = \rho_m(t_0) \left(\frac{t_0}{t} \right)^3 = 10^{21} t^{-3} \text{ г см}^{-3}.$$

Второе исходное положение, принятое Гамовым в обсуждаемой работе, касалось не динамики, а термодинамики Вселенной. Оно не было (вплоть до 1965 г.) ни в какой степени общепринятым — это была его идея "горячего" начала мира. Именно, Гамов полагал, что температура вещества Вселенной во все эпохи ее истории была отличной от нуля, и в самом начале расширения она могла быть очень высокой. При этом имело место термодинамическое равновесие, и потому вместе с веществом во Вселенной имелось и чернотельное излучение с той же температурой. В ходе космологического расширения излучение охлаждается, но не исчезает и в результате сохраняется в мире вплоть до нашей эпохи. В этом и состояло теоретическое предсказание остаточного, реликтового излучения, сделанное Гамовым впервые в работе 1946 г.

При данной температуре T термодинамически равновесное излучение обладает плотностью энергии

$$\varepsilon_{\text{r}} = aT^4, \quad (6)$$

где a — постоянная Стефана–Больцмана.

Плотности энергии отвечает — в соответствии с формулой $E_0 = mc^2$ — плотность массы излучения¹

$$\rho_{\text{r}} = \frac{\varepsilon_{\text{r}}}{c^2}. \quad (7)$$

При адиабатическом расширении температура излучения падает по закону

$$T \propto R^{-1}, \quad (8)$$

соответствующему показателю адиабаты $\gamma = 4/3$. По этой причине плотность массы излучения изменяется в расширяющемся мире, как

$$\rho_{\text{r}} \propto T^4 \propto R^{-4}. \quad (9)$$

Если сравнить формулы (2) и (9), то можно увидеть, что соотношение между плотностями вещества и излучения изменяется в ходе космологического расширения:

$$\frac{\rho_{\text{r}}}{\rho_{\text{m}}} \propto R^{-1}. \quad (10)$$

В ранней Вселенной излучение преобладало по плотности над веществом:

$$\frac{\rho_{\text{r}}}{\rho_{\text{m}}} \rightarrow \infty \quad \text{при} \quad R \rightarrow 0, \quad t \rightarrow 0. \quad (11)$$

Для описания динамики расширения в раннюю эпоху преобладания излучения Гамов пользуется асимптотическим соотношением

$$R \propto t^{-1/2}, \quad (12)$$

которое вытекает из точного решения для открытого мира, заполненного излучением (ясно, что в пределе (11) присутствием в мире вещества можно пренебречь, если речь идет о динамической задаче). Последнее тоже, как и решение для вещества (3), обычно записывается в параметрическом виде:

$$\begin{aligned} R &= R_r \sinh \eta, \\ t &= \frac{R_r}{c} (\cosh \eta - 1), \\ \rho_r &= \frac{3R_r^2}{\kappa R^4}, \end{aligned} \quad (13)$$

где R_r — произвольная постоянная, играющая ту же роль в этом решении, что и постоянная R_m в решении (3). Начало отсчета времени выбрано в (13) так, что нуль времени соответствует началу космологического расширения. Легко видеть, что в пределе $\eta \rightarrow 0$, $t \rightarrow 0$ из (13) вытекает (12). Решение (12) представляет собой закон параболического расширения, которому — на ньютоновском языке (см., например, [1]) — отвечает динамика с нулевой полной энергией² ($E = 0$). Этот закон служит общей асимптотикой для двух других типов динамики — эллиптической ($E < 0$) и гиперболической ($E > 0$).

Стоит заметить, что все приведенные здесь формулы были известны в космологии еще до Гамова: в том или ином виде они имелись в работах Фридмана, Леметра, Толмена, Эйнштейна и де Ситтера. Теперь же Гамов применяет их для совсем новой задачи, вытекающей из его идеи горячего начала мира, — он хочет найти современную температуру реликтового излучения.

Гамов достигает этой цели так. Прежде всего он находит "демаркационную точку" в истории мира (как он это называет). Это момент $t = t_*$, когда ранняя эпоха преобладания излучения сменяется эпохой преобладания вещества. Она находится с помощью формул (5) и (14) из условия $\rho_r(t_*) = \rho_m(t_*)$:

$$t_* = 2,2 \cdot 10^{15} \text{ с} = 73 \text{ млн. лет.} \quad (15)$$

В этот момент плотности обеих компонент космической среды суть

$$\rho_r = \rho_m = 9,4 \cdot 10^{-26} \text{ г см}^{-3}, \quad t = t_*. \quad (16)$$

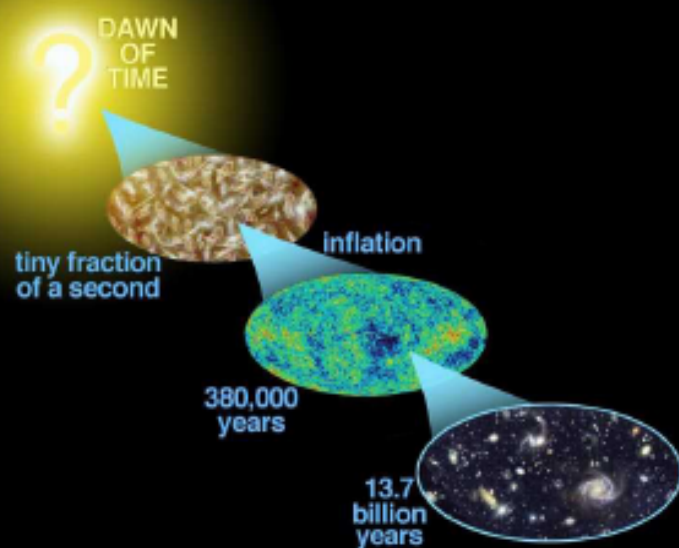
Затем Гамов делает второй шаг — из формулы (16) с помощью общего соотношения (6) (т.е. закона Стефана–Больцмана) он находит температуру излучения в "демаркационной точке":

$$T_* = T(t_*) = 320 \text{ К.} \quad (17)$$

Наконец, третье и последнее действие ведет к окончательному результату. Нужно взять температуру в "демаркационной точке" и пересчитать ее с помощью формул (1) и (8) на современную эпоху:

$$T_0 = T(t_0) = T_* \left(\frac{t_*}{t_0} \right) = 7 \text{ К.} \quad (18)$$

Цель, поставленная в работе, достигнута, и притом, как мы видим, самыми простыми математическими средствами. "Элементарно, дорогой Ватсон", — как сказано по похожему поводу у Гамова в одной из его научно-популярных книг.



•Инфляция, $t \sim 10^{-35} \text{ с}$

Нарушение GUT

$t \sim 10^{-35} - 10^{-34} \text{ с}, T = 10^{14} - 10^{15} \text{ ГэВ}$

$SU(5) \rightarrow SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$

Барионная асимметрия (?)

Нарушение электрослабой симметрии

$t \sim 10^{-11} - 10^{-10} \text{ с}, T \sim 10^2 \text{ ГэВ}$

Кварки и антикварки,
лептоны и антилептоны

Нарушение киральной инвариантности

$t \sim 10^{-6} \text{ с}, T \sim 10^2 \text{ МэВ}$

Образование адронов

Первичный нуклеосинтез

$t \sim 1 \text{ с}, T \sim 10^2 \text{ кэВ}$

Образование ядер 4He , H (3He , D , 6Li)

Образование нейтральных атомов

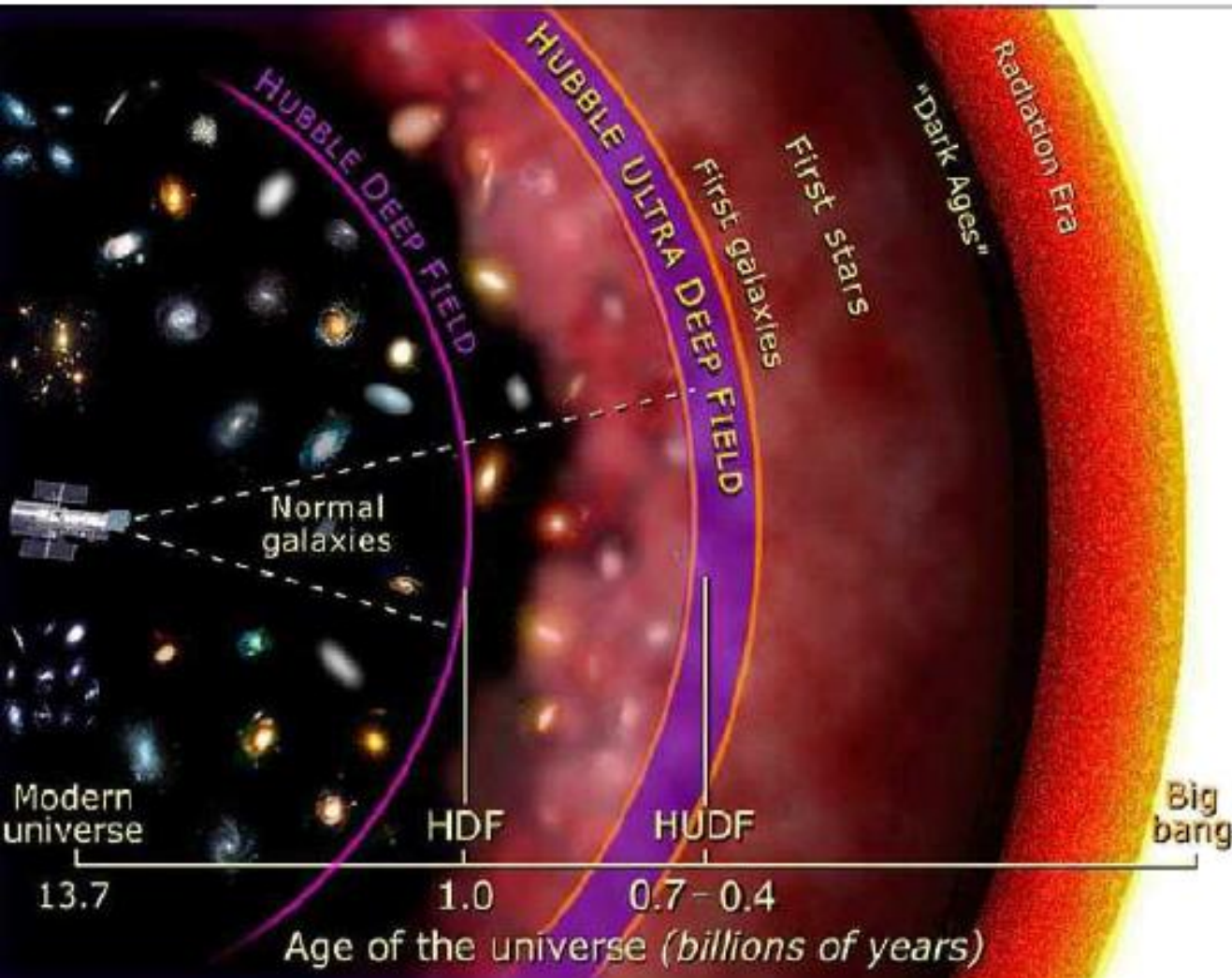
$t \sim 300\,000 \text{ лет}, T \sim 1 \text{ эВ}$

Плотность энергии вещества $>$ плотности энергии радиации

Г.А.Гамов (1904-1968)

В 1946—1948 разработал теорию образования химических элементов путём последовательного нейтронного захвата и модель «горячей Вселенной», в рамках которой предсказал существование

реликтового излучения и оценил его температуру.



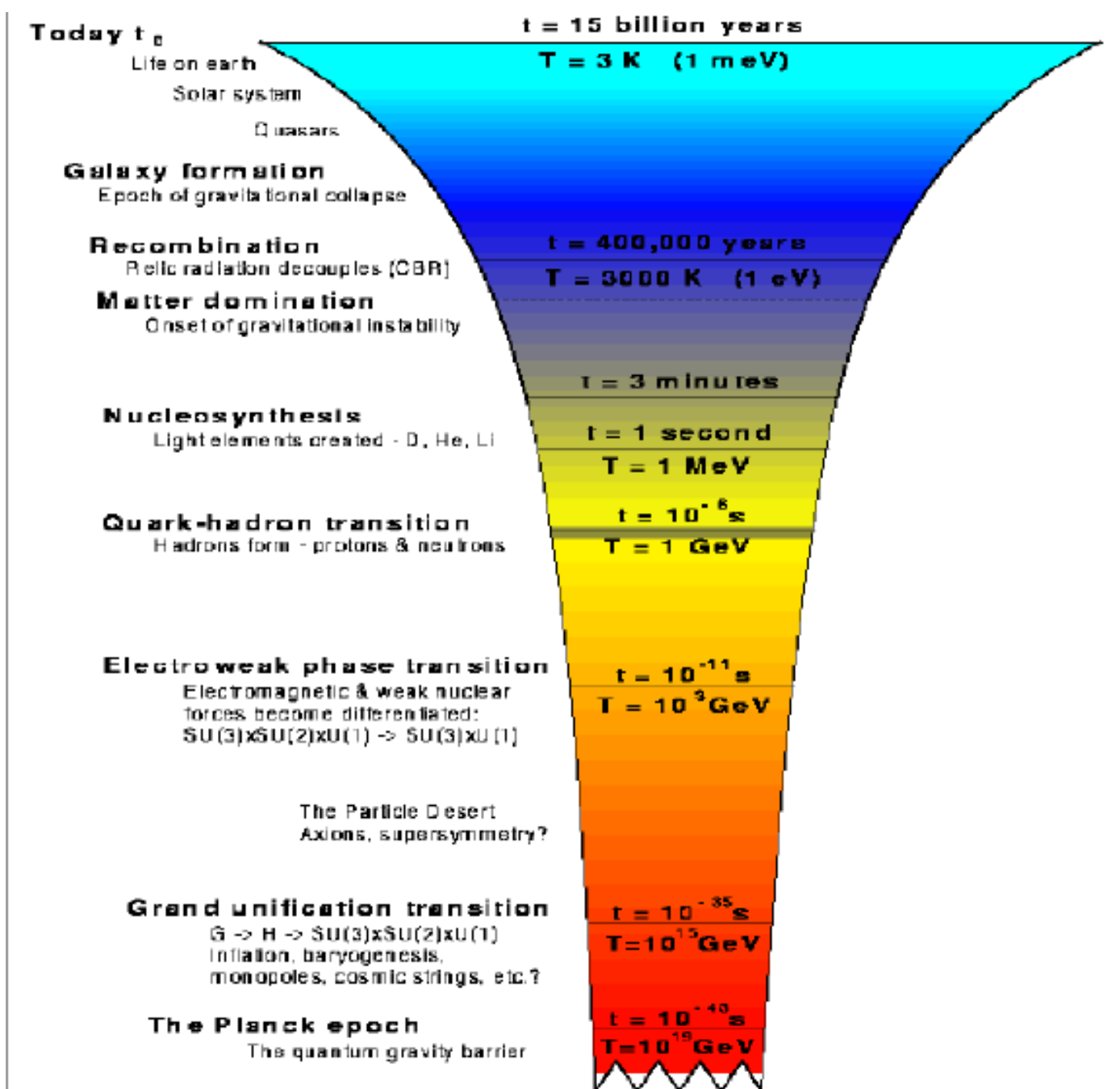
...первичное вещество мира было не только очень плотным, но и очень горячим. В горячем и плотном веществе ранней Вселенной происходили ядерные реакции, и в этом ядерном котле за несколько минут были синтезированы лёгкие химические элементы...



Эта модель лишь иллюстрирует процесс всеобщего расширения нашего трехмерного пространства. Две любые точки раздувающейся сферы убегают друг от друга, причем чем более они удалены, тем выше скорость разлетания

Краткая история развития Вселенной		
Время	Температура	Состояние Вселенной
$10^{-45} - 10^{-37}$ сек	Более 10^{26} K	Инфляционное расширение
10^{-6} сек	Более 10^{13} K	Появление кварков и электронов
10^{-5} сек	10^{12} K	Образование протонов и нейтронов
10^{-4} сек - 3 мин	$10^{11} - 10^9$ K	Возникновение ядер дейтерия, гелия и лития
400 тыс. лет	4000 K	Образование атомов
15 млн. лет	300 K	Продолжение расширения газового облака
1 млрд. лет	20 K	Зарождение первых звезд и галактик
3 млрд. лет	10 K	Образование тяжелых ядер при взрывах звезд
10 - 15 млрд. лет	3 K	Появление планет и разумной жизни
10^{14} лет	10^{-2} K	Прекращение процесса рождения звезд
10^{37} лет	10^{-18} K	Истощение энергии всех звезд
10^{40} лет	-20 K	Испарение черных дыр и рождение элементарных частиц
10^{100} лет	$10^{-60} - 10^{-40}$ K	Завершение испарения всех черных дыр

ВОЗРАСТ ВСЕЛЕННОЙ



$E_\gamma \sim 1/\lambda$, λ - длина волны фотона
 $\lambda \sim a(t)$, $a(t)$ – масштабный фактор

Энергия реликтового излучения уменьшается со временем

$$T(K) = \frac{1.5 \cdot 10^{10}}{\sqrt{t}}$$

$t = 1$ с,

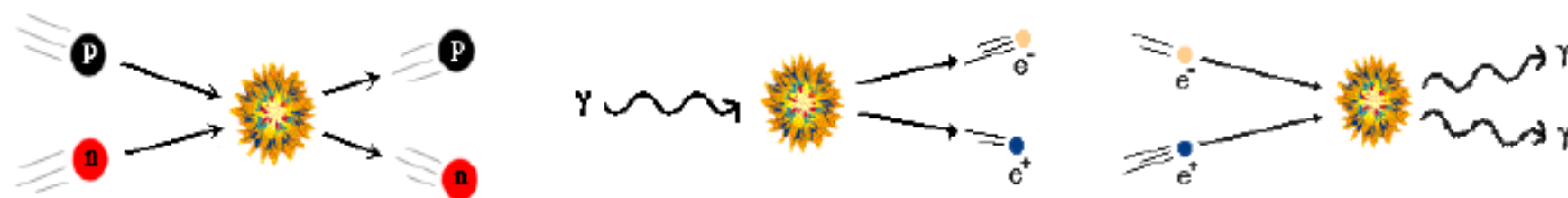
$$T = 1.5 \cdot 10^{10} \text{ K} \sim 1.5 \text{ МэВ}$$

$$T(\odot) = 5770 \text{ K}$$

Нет ни атомов, ни дейтронов

$$\sigma(n + p \rightarrow d + \gamma) = \sigma(\gamma + d \rightarrow n + p)$$

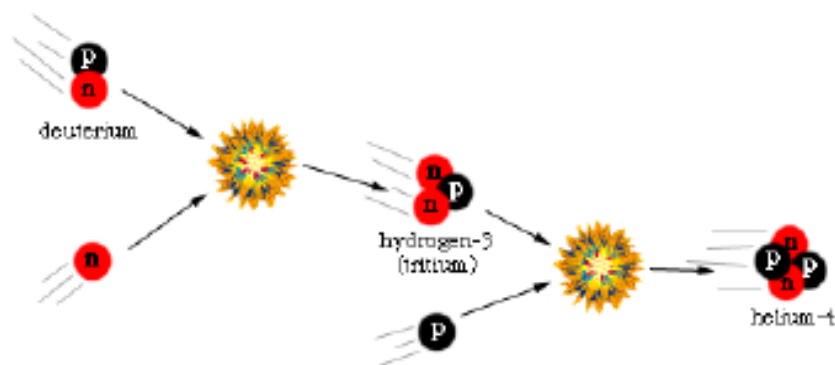
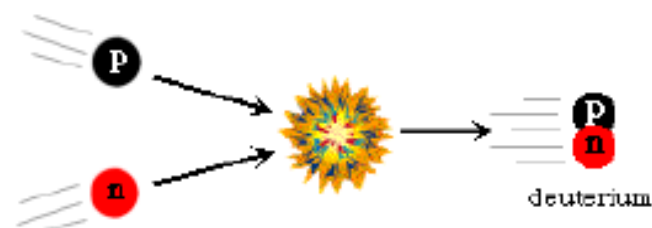
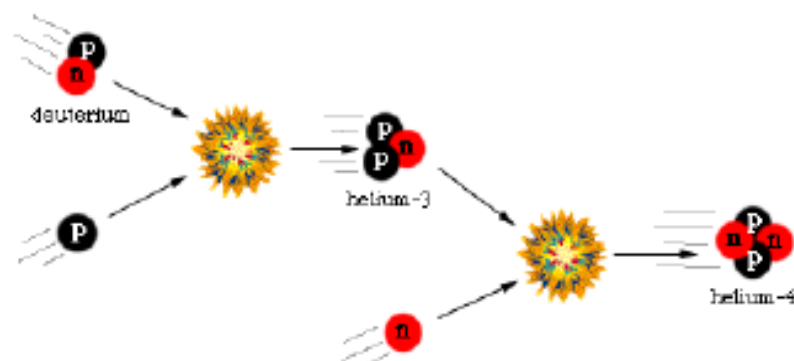
Тепловое равновесие !



$t = 3$ мин 44 сек - образование дейтронов

$$\sigma(n + p \rightarrow d + \gamma) > \sigma(\gamma + d \rightarrow n + p)$$

•D, ^3He , ^4He and ^6Li –
были образованы в
первичном
нуклеосинтезе



$t = (379\,000 \pm 7000)$ лет - образование атомов

Главным свойством микроволнового фонового излучения является его спектр. Спектр этого излучения в точности ложится на теоретическую кривую, хорошо известную физике — **кривую Планка**. Спектр такого типа носит название спектра излучения абсолютно черного тела.

**Температура микроволнового излучения составляет около 3 K (точнее, 2.728 K).
Сложением излучений каких-либо источников невозможно добиться того, чтобы получился планковский спектр.**

Наиболее надежное подтверждение планковского характера спектра реликтового излучения было получено с помощью американского спутника **COBE** (Cosmic Background Explorer, Исследователь космического фона) в 1992 году.



История открытия Большого Взрыва:

- 1916** — Вышла в свет работа [Альберта Эйнштейна](#) «Основы общей теории относительности» ;
- 1917** — Эйнштейн на основе своих уравнений поля развил представление о пространстве с постоянной во времени и пространстве кривизной (модель Вселенной Эйнштейна);
[В. де Ситтер](#) выдвинул космологическую модель Вселенной (модель де Ситтера) ;
- 1922** — [советский метеоролог Ал. Ал. Фридман](#) нашёл нестационарные решения гравитационного уравнения Эйнштейна и предсказал расширение Вселенной (нестационарная космологическая модель); в самом начале её развития лежит взрывной процесс — **Большой взрыв** (термин ввел [Фред Хойл](#) ,1949г.);
- 1923** — [немецкий математик Г. Вейль](#) отметил, что если в модель де Ситтера, которая соответствовала пустой Вселенной, поместить вещество, она должна расширяться;
- 1924** — [К. Вирц](#) обнаружил слабую корреляцию между угловыми диаметрами и скоростями удаления галактик (согласно модели де Ситтера скорость удаления отдалённых объектов должна возрастать с их расстоянием);
- 1927** — Опубликована статья Леметра «Однородная Вселенная постоянной массы и возрастающего радиуса, объясняющая радиальные скорости внегалактических туманностей»;
- 1929** – 17 января в [Труды Национальной академии наук США](#) поступили статьи [Хьюмаса](#) о лучевой скорости [NGC 7619](#) и Хаббла, называвшаяся «Связь между расстоянием и лучевой скоростью внегалактических туманностей» (выявление чёткой линейную зависимость скорости от расстояния удаления галактик);
- 1948** — Выходит работа [Г. А. Гамова](#) о «горячей вселенной», построенная на теории расширяющейся вселенной Фридмана. (Самым эффектным результатом этой теории стало предсказание космического фона излучения);
- 1955** - Советский радиоастроном [Тигран Шмаонов](#) экспериментально обнаружил шумовое СВЧ излучение с температурой около 3К;
- 1964** — американские [радиоастрономы А. Пензиас](#) и [Р. Вилсон](#) открыли космический фон излучения и измерили его температуру: она оказалась равной 3 К!
- 2003** — Спутник [WMAP](#) с высокой степенью точности измеряет анизотропию реликтового излучения. Вместе с данными предшествующих измерений ([COBE](#), [Космический телескоп Хаббла](#) и др.), полученная информация подтвердила космологическую модель [ΛCDM](#) и инфляционную теорию.
- ...

- Основные понятия СТО
 - Пространство-время Минковского
 - Инерциальная система отсчета (ИСО)
 - Скорость света c , с которой распространяются взаимодействия
- Что отсутствует в этой теории
 - Гравитационное поле

Метрический тензор

- **Метрический тензор**, совокупность величин, определяющих геометрические свойства пространства (его метрику). В общем случае *риманова пространства* n измерений метрика определяется заданием квадрата расстояния ds^2 между двумя бесконечно близкими точками:

$$ds^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n g_{ik} dx^i dx^k,$$

Двойную сумму часто не пишут, подразумевая правило суммирования Эйнштейна.

- Совокупность величин g_{ik} образует тензор второго ранга, который и называется метрическим тензором. Этот тензор симметричен. Вид компонент g_{ik} зависит от выбора системы координат, однако ds^2 не меняется при переходе от одной координатной системы к другой, то есть является инвариантом относительно преобразований координат.
- В каждой точке пространственно-временного четырехмерного многообразия метрический тензор может быть приведен к диагональному виду и отнормирован к метрике Минковского:

$$\eta_{\alpha\beta} = \text{diag}(-1, +1, +1, +1) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 \end{pmatrix}$$

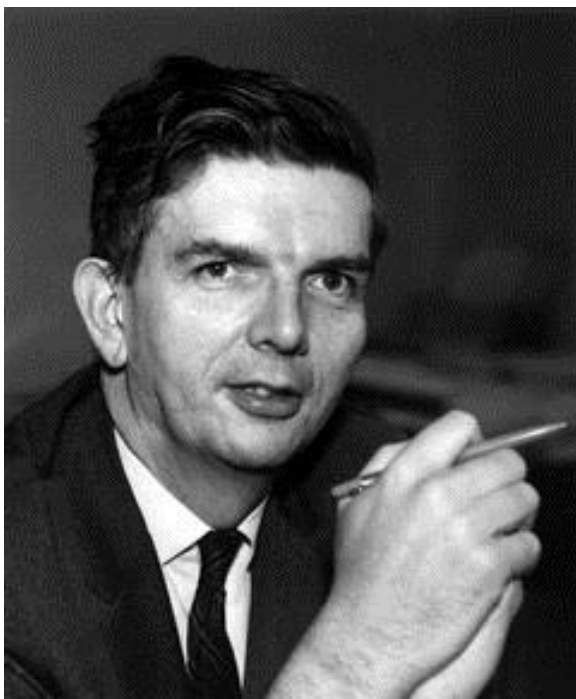
Уравнения ОТО

уравнение Пуассона: $\Delta g_{00} = \underline{8\pi G T_{00}}$

предложение:

$$G_{ik} = 8\pi G T_{ik}$$

линейная комбинация вторых
производных g_{ik}



Bob Dicke

$$m_i \vec{a} = m_g \vec{g}$$

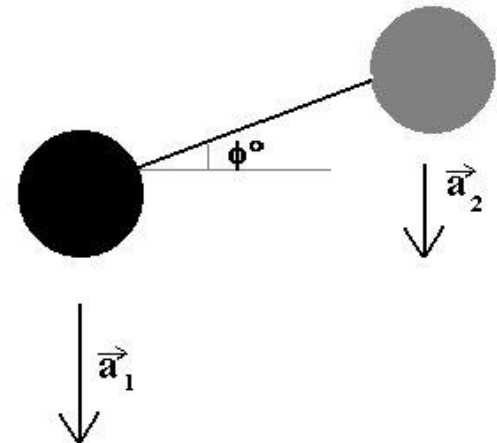
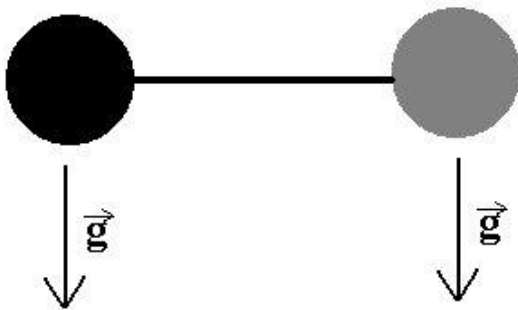
Инертная масса

Гравитационная масса

$$m_i = m_g \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

$$m_i \neq m_g$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \vec{g} \times \frac{m_g}{m_i}$$



1-я астрометрическая школа
Москве, октябрь 22-26, 2007

Тензор энергии-импульса

- Тензор энергии-импульса для *ультрарелятивистских* частиц:
 - Их 4-импульс равен $p = E / c$
 - Тогда $T_{00} = \sum E = \varepsilon$, где ε - плотность энергии
 - И

$$T_{ii} = \sum \frac{c^2}{E} \frac{1}{3} |\vec{p}|^2 = \sum \frac{c^2}{3E} \frac{E^2}{c^2} = \sum \frac{E}{3} = \frac{1}{3} \varepsilon$$

Уравнения Эйнштейна

- Метрический тензор $\equiv$ гравитационный потенциал
- Аффинная связность $\equiv$ гравитационная сила
- Принцип эквивалентности $\equiv$ правило ковариантного дифференцирования

$$\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \left(\frac{\partial g_{\beta\mu}}{\partial x^{\nu}} + \frac{\partial g_{\beta\nu}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\beta}} \right)$$

- Уравнения гравитационного поля

$$R^{\alpha}_{\beta} - \frac{1}{2} \delta^{\alpha}_{\beta} R = \frac{8\pi G}{c^4} T^{\alpha}_{\beta}$$

Распределение вещества
Определяет кривизну
пространства-времени

$$\nabla_{\alpha} (R^{\alpha}_{\beta} - \frac{1}{2} \delta^{\alpha}_{\beta} R) \equiv 0 \Rightarrow \nabla_{\alpha} T^{\alpha}_{\beta} = 0$$

Кривизна определяет
Закон движения вещества

Фридмановские модели

- Основные приближения
 - Пространство однородно и изотропно
 - Описание системы происходит в ЛИСО
- Тогда уравнения Эйнштейна сводятся

$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2 + kc^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{c^2} T_1^1 = \frac{8\pi G}{c^2} T_2^2 = \frac{8\pi G}{c^2} T_3^3$$

$$\frac{\dot{a}^2 + kc^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3c^2} T_0^0$$