Санкт-Петербургский государственный университет
Физический факультет
Кафедра ядерно-физических методов исследования

Сыромятников
Арсений Владиславович

Лекция 11. Основы теории магнитного рассеяния нейтронов.

- *Рассеяние нейтронов на спиновых волнах (магнонах)*

Спиновые волны (магноны)

$$\mathcal{H} = -J\sum_i \mathbf{S}_i\mathbf{S}_{i+1}$$ цепочка спинов

$$\frac{d\langle\mathbf{S}_j\rangle}{dt} = \frac{1}{i\hbar}\left\langle\left[\mathbf{S}_j,\mathcal{H}\right]\right\rangle = -\frac{J}{i\hbar}\left\langle\left[\mathbf{S}_j,\mathbf{S}_j\mathbf{S}_{j+1}+\mathbf{S}_j\mathbf{S}_{j-1}\right]\right\rangle$$

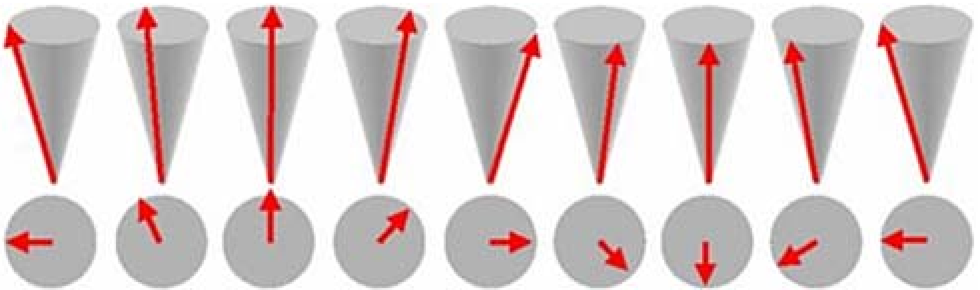
$$= \frac{J}{\hbar}\left\langle\mathbf{S}_j\times\left(\mathbf{S}_{j+1}+\mathbf{S}_{j-1}\right)\right\rangle$$

$$S >> 1, \qquad \left\langle S_j^{x,y}\right\rangle << S, \qquad S_j^z \approx S$$

$$\begin{cases} \dfrac{d\langle S_j^x\rangle}{dt} = \dfrac{JS}{\hbar}\left\langle 2S_j^y - S_{j-1}^y - S_{j+1}^y\right\rangle \\ \dfrac{d\langle S_j^y\rangle}{dt} = -\dfrac{JS}{\hbar}\left\langle 2S_j^x - S_{j-1}^x - S_{j+1}^x\right\rangle \\ \dfrac{d\langle S_j^z\rangle}{dt} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left\langle S_j^x\right\rangle = A\cos\left(qcj-\omega t\right) \\ \left\langle S_j^y\right\rangle = B\sin\left(qcj-\omega t\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = B \\ \hbar\omega = 2SJ\left(1-\cos qc\right) \end{cases}$$



Сечение одномагнонного рассеяния

$$\left\langle S_0^{\chi}(0) S_l^{\eta}(t) \right\rangle \qquad \mathcal{H} = \sum_{\mathbf{k}} \hbar \varepsilon_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^{\dagger} a_{\mathbf{k}} \qquad \varepsilon_{\mathbf{k}} = S\left(J_{\mathbf{0}} - J_{\mathbf{k}}\right)/\hbar$$

$$a_l(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} e^{i\mathcal{H}t/\hbar} a_{\mathbf{k}} e^{-i\mathcal{H}t/\hbar} e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_l} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}} e^{-i\varepsilon_{\mathbf{k}} t} e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_l}$$

$$a_l^{\dagger}(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^{\dagger} e^{i\varepsilon_{\mathbf{k}} t} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_l}$$

$$S_l^{-}(t) = \sqrt{\frac{2S}{N}} \sum_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^{\dagger} e^{i\varepsilon_{\mathbf{k}} t} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_l} \qquad S_l^{+}(t) = \sqrt{\frac{2S}{N}} \sum_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}} e^{-i\varepsilon_{\mathbf{k}} t} e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_l}$$

$$S_l^{z}(t) = S - \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2} a_{\mathbf{k}_1}^{\dagger} a_{\mathbf{k}_2} e^{i(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1)\mathbf{R}_l} e^{i\left(\varepsilon_{\mathbf{k}_1} - \varepsilon_{\mathbf{k}_2}\right)t}$$

Сечение одномагнонного рассеяния

$$\left\langle S_0^{\chi}(0) S_l^{\eta}(t) \right\rangle$$

$$\left\langle ++ \right\rangle = \left\langle -- \right\rangle = \left\langle +z \right\rangle = \left\langle z+ \right\rangle = \left\langle -z \right\rangle = \left\langle z- \right\rangle = 0$$

$$\left\langle zz \right\rangle \neq 0 \qquad \left\langle +- \right\rangle \neq 0 \qquad \left\langle -+ \right\rangle \neq 0$$

$$\left\langle \alpha \middle| S_0^z(0) S_l^z(t) \middle| \alpha \right\rangle = \left\langle \alpha \middle| S^2 - S a_0^{\dagger}(0) a_0(0) - S a_l^{\dagger}(t) a_l(t) \middle| \alpha \right\rangle$$

$$\left\langle \alpha \middle| a_l^{\dagger}(t) a_l(t) \middle| \alpha \right\rangle = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2} \left\langle \alpha \middle| a_{\mathbf{k}_1}^{\dagger} a_{\mathbf{k}_2} \middle| \alpha \right\rangle e^{i(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1)\mathbf{R}_l} e^{i\left(\varepsilon_{\mathbf{k}_1} - \varepsilon_{\mathbf{k}_2}\right)t}$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}} \left\langle \alpha \middle| a_{\mathbf{k}}^{\dagger} a_{\mathbf{k}} \middle| \alpha \right\rangle$$

$$\boxed{\left\langle S_0^z(0) S_l^z(t) \right\rangle = S^2 - \frac{2S}{N} \sum_{\mathbf{k}} \left\langle n_{\mathbf{k}} \right\rangle}$$

Сечение одномагнонного рассеяния

$$\left\langle S_0^{\chi}(0) S_l^{\eta}(t) \right\rangle$$

$$\langle \alpha | S_0^+(0) S_l^-(t) | \alpha \rangle = \frac{2S}{N} \sum_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2} \langle \alpha | a_{\mathbf{k}_1} a_{\mathbf{k}_2}^{\dagger} | \alpha \rangle e^{-i\mathbf{k}_2 \mathbf{R}_l} e^{i\varepsilon_{\mathbf{k}_2} t}$$

$$= \frac{2S}{N} \sum_{\mathbf{k}} \langle \alpha | a_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^{\dagger} | \alpha \rangle e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_l} e^{i\varepsilon_{\mathbf{k}} t}$$

$$\left\langle S_0^+(0) S_l^-(t) \right\rangle = \frac{2S}{N} \sum_{\mathbf{k}} \langle n_{\mathbf{k}} + 1 \rangle e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_l} e^{i\varepsilon_{\mathbf{k}} t}$$

$$\left\langle S_0^-(0) S_l^+(t) \right\rangle = \frac{2S}{N} \sum_{\mathbf{k}} \langle n_{\mathbf{k}} \rangle e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_l} e^{-i\varepsilon_{\mathbf{k}} t}$$

Сечение одномагнонного рассеяния

$$\left\langle S_0^x(0)S_l^x(t)\right\rangle = \left\langle S_0^y(0)S_l^y(t)\right\rangle$$

$$= \frac{S}{2N}\sum_{\mathbf{k}}\left(\left\langle n_{\mathbf{k}}+1\right\rangle e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_l}e^{i\varepsilon_{\mathbf{k}}t} + \left\langle n_{\mathbf{k}}\right\rangle e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_l}e^{-i\varepsilon_{\mathbf{k}}t}\right)$$

$$\left\langle S_0^x(0)S_l^y(t)\right\rangle = -\left\langle S_0^y(0)S_l^x(t)\right\rangle$$

$$= \frac{iS}{2N}\sum_{\mathbf{k}}\left(\left\langle n_{\mathbf{k}}+1\right\rangle e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_l}e^{i\varepsilon_{\mathbf{k}}t} - \left\langle n_{\mathbf{k}}\right\rangle e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_l}e^{-i\varepsilon_{\mathbf{k}}t}\right)$$

$$\hat{Q}^x\hat{Q}^y\left\langle S_0^x(0)S_l^y(t)\right\rangle + \hat{Q}^y\hat{Q}^x\left\langle S_0^y(0)S_l^x(t)\right\rangle = 0$$

$$1-\left(\hat{Q}^x\right)^2 + 1-\left(\hat{Q}^y\right)^2 = 1+\left(\hat{Q}^z\right)^2$$

Сечение одномагнонного рассеяния

$$\frac{d^2\sigma}{dE_f d\Omega_f} = \frac{(\gamma r_0)^2}{2\pi\hbar}\frac{k_f}{k_i}\left|F(\mathbf{Q})\right|^2 \frac{S}{2}\left(1+\left(\hat{Q}^z\right)^2\right)e^{-2W}\sum_l e^{i\mathbf{Q}\mathbf{R}_l}$$

$$\times\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{\mathbf{k}}\left(\left\langle n_{\mathbf{k}}+1\right\rangle e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_l}e^{i\varepsilon_{\mathbf{k}}t}+\left\langle n_{\mathbf{k}}\right\rangle e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_l}e^{-i\varepsilon_{\mathbf{k}}t}\right)e^{-i\omega t}dt$$

$$\boxed{\begin{aligned}\frac{d^2\sigma}{dE_f d\Omega_f} &= \frac{(\gamma r_0)^2}{\hbar}\frac{(2\pi)^3}{\mathrm{v}_0}\frac{k_f}{k_i}\left|F(\mathbf{Q})\right|^2 \frac{S}{2}\left(1+\left(\hat{Q}^z\right)^2\right)e^{-2W}\\ &\times\sum_{\mathbf{k},\boldsymbol{\tau}}\left(\left\langle n_{\mathbf{k}}+1\right\rangle\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}}-\omega)\delta(\mathbf{Q}-\mathbf{k}-\boldsymbol{\tau})+\left\langle n_{\mathbf{k}}\right\rangle\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}}+\omega)\delta(\mathbf{Q}+\mathbf{k}-\boldsymbol{\tau})\right)\end{aligned}}$$

$$\left\langle n_{\mathbf{k}}\right\rangle = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\varepsilon_{\mathbf{k}}}{k_B T}}-1}$$

$$1+\left(\hat{Q}^z\right)^2 = \begin{cases}1, & \mathbf{B}\perp\hat{\mathbf{Q}}\\ 2, & \mathbf{B}\parallel\hat{\mathbf{Q}}\end{cases}$$

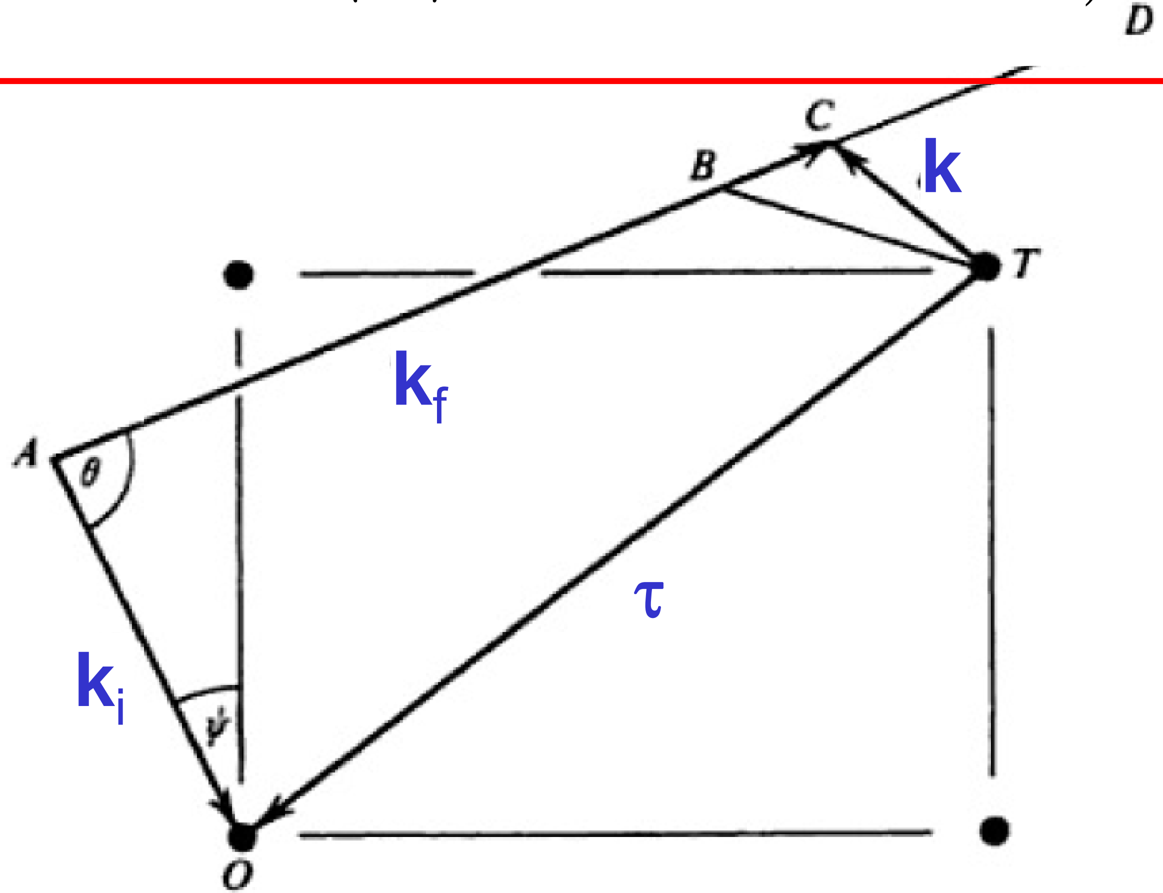
Измерение дисперсии магнонов

$$\frac{d^2\sigma}{dE_f d\Omega_f} = \frac{(\gamma r_0)^2}{\hbar}\frac{(2\pi)^3}{v_0}\frac{k_f}{k_i}\left|F(\mathbf{Q})\right|^2 \frac{S}{2}\left(1+\left(\hat{Q}^z\right)^2\right)e^{-2W}$$

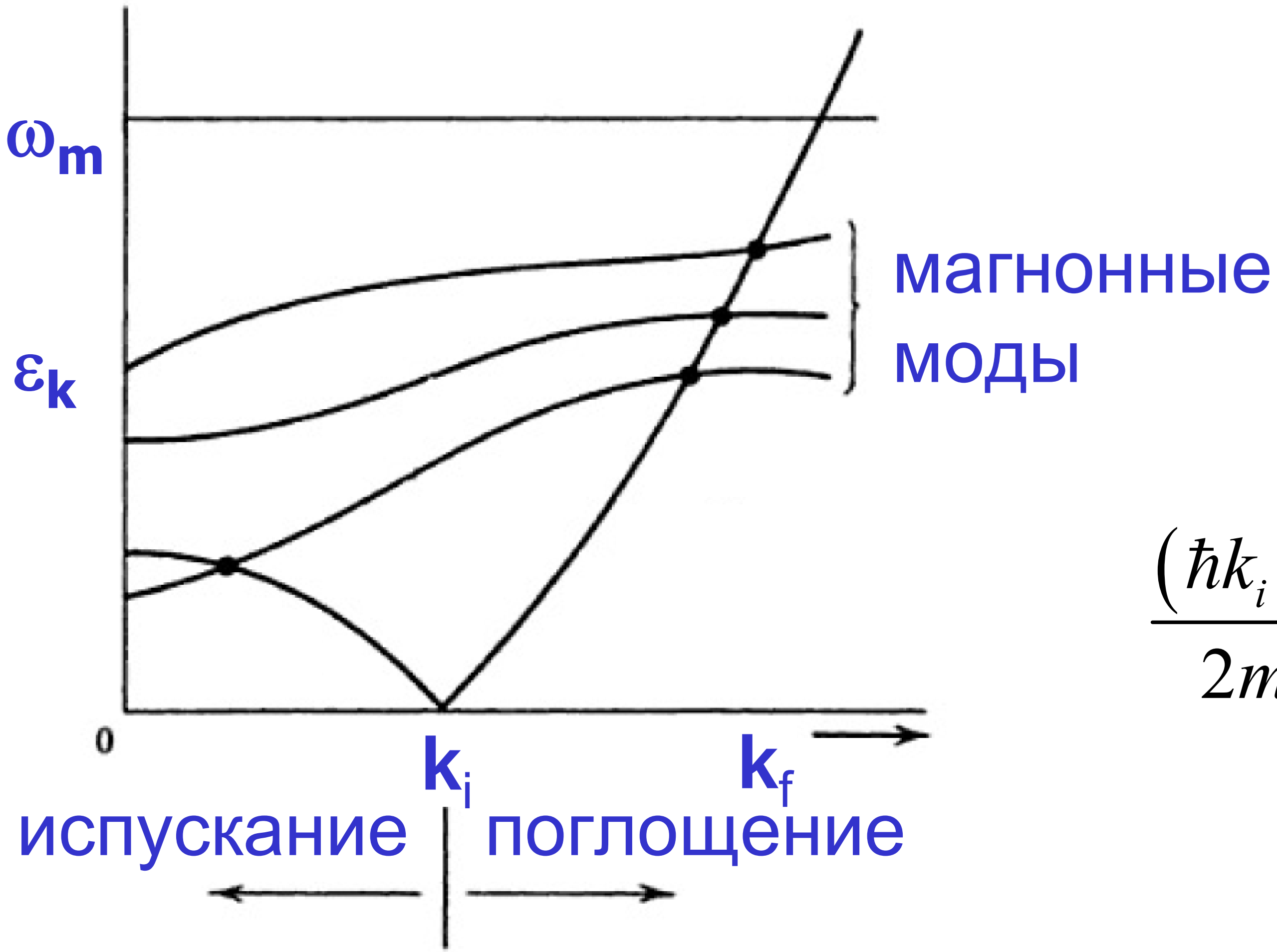
$$\times\sum_{\mathbf{k},\boldsymbol{\tau}}\left(\langle n_{\mathbf{k}}+1\rangle\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}}-\omega)\delta(\mathbf{Q}-\mathbf{k}-\boldsymbol{\tau})+\langle n_{\mathbf{k}}\rangle\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}}+\omega)\delta(\mathbf{Q}+\mathbf{k}-\boldsymbol{\tau})\right)$$

$$E_i - E_f = \pm\hbar\varepsilon_{\mathbf{k}}$$

$$\begin{cases} \dfrac{(\hbar k_i)^2}{2m} - \dfrac{(\hbar k_f)^2}{2m} = \pm\hbar\varepsilon_{\mathbf{k}} \\ \mathbf{Q} = \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_f = \pm\mathbf{k} + \boldsymbol{\tau} \end{cases}$$



Измерение дисперсии магнонов



$$\frac{(\hbar k_i)^2}{2m} - \frac{(\hbar k_f)^2}{2m} = \pm \hbar \varepsilon_{\mathbf{k}}$$

Измерение дисперсии магнонов

$Cu(DCOO)_2 4D_2O$