



Санкт-Петербургский государственный университет  
Физический факультет  
Кафедра ядерно-физических методов исследования



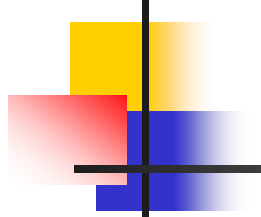
Сыромятников

Арсений Владиславович

*Лекция 13. Анализ поляризации  
при рассеянии нейтронов.*

- Магнитное рассеяние поляризованных нейтронов*
- Брэгговское рассеяние поляризованных нейтронов в магнетоупорядоченных кристаллах*

# Магнитное рассеяние поляризованных нейтронов



$$\left( \frac{d^2\sigma}{dE_f d\Omega_f} \right)_{\sigma_i\alpha \rightarrow \sigma_f\beta} = (\gamma r_0)^2 \frac{k_f}{k_i} \left| \langle \sigma_f \beta | \boldsymbol{\sigma} \mathbf{Y}_\perp | \sigma_i \alpha \rangle \right|^2 \delta(E_\alpha - E_\beta + \hbar\omega)$$

$$\hat{b} = A + B \mathbf{I} \boldsymbol{\sigma}$$

$$\boldsymbol{\sigma} \mathbf{Y}_\perp$$

$$\left. \begin{aligned} \langle \uparrow | \hat{b} | \uparrow \rangle &= A + B I_z \\ \langle \downarrow | \hat{b} | \downarrow \rangle &= A - B I_z \\ \langle \uparrow | \hat{b} | \downarrow \rangle &= B I^- \\ \langle \downarrow | \hat{b} | \uparrow \rangle &= B I^+ \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} \langle \uparrow | \boldsymbol{\sigma} \mathbf{Y}_\perp | \uparrow \rangle &= Y_\perp^z \\ \langle \downarrow | \boldsymbol{\sigma} \mathbf{Y}_\perp | \downarrow \rangle &= -Y_\perp^z \\ \langle \uparrow | \boldsymbol{\sigma} \mathbf{Y}_\perp | \downarrow \rangle &= Y_\perp^x - i Y_\perp^y \\ \langle \downarrow | \boldsymbol{\sigma} \mathbf{Y}_\perp | \uparrow \rangle &= Y_\perp^x + i Y_\perp^y \end{aligned} \right\}$$

# Магнитное рассеяние в парамагнетике

$$\left( \frac{d^2 \sigma}{dE_f d\Omega_f} \right)_{\sigma\alpha \rightarrow \sigma\beta} = (\gamma r_0)^2 \frac{k_f}{k_i} \left| \langle \beta | Y_{\perp}^z | \alpha \rangle \right|^2 \delta(E_{\alpha} - E_{\beta} + \hbar\omega)$$

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega_f} \right)_{nsf} = (\gamma r_0)^2 \left\langle (Y_{\perp}^z)^+ Y_{\perp}^z \right\rangle$$

$$\mathbf{Y}_{\perp} = \mathbf{Y} - (\mathbf{Y}\hat{\mathbf{Q}})\hat{\mathbf{Q}} \quad \Rightarrow \quad Y_{\perp}^z = Y^z - \hat{Q}_z (Y^z \hat{Q}_z + Y^x \hat{Q}_x + Y^y \hat{Q}_y)$$

$$\mathbf{Y} = F(\mathbf{Q}) \sum_j e^{i\mathbf{Q}\mathbf{R}_j} \mathbf{S}_j$$

$$\left\langle (Y^{\chi})^+ Y^{\eta} \right\rangle = F(\mathbf{Q})^2 e^{-2W} N \sum_j e^{i\mathbf{Q}\mathbf{R}_j} \left\langle S_0^{\chi} S_j^{\eta} \right\rangle = F(\mathbf{Q})^2 e^{-2W} N \frac{S(S+1)}{3} \delta_{\chi\eta}$$

$$\left\langle S_0^{\chi} S_p^{\eta} \right\rangle = \frac{1}{3} \delta_{0p} \delta_{\chi\eta} S(S+1)$$

# Магнитное рассеяние в парамагнетике

$$\left\langle \left( Y_{\perp}^z \right)^+ Y_{\perp}^z \right\rangle =$$

$$\left\langle \left( Y^z \left( 1 - \hat{Q}_z^2 \right) - Y^x \hat{Q}_x \hat{Q}_z - Y^y \hat{Q}_y \hat{Q}_z \right)^+ \left( Y^z \left( 1 - \hat{Q}_z^2 \right) - Y^x \hat{Q}_x \hat{Q}_z - Y^y \hat{Q}_y \hat{Q}_z \right) \right\rangle$$

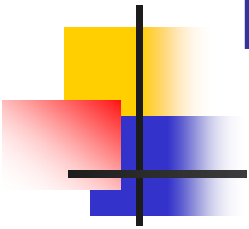
$$= F(\mathbf{Q})^2 e^{-2W} N \frac{S(S+1)}{3} \left( \left( 1 - \hat{Q}_z^2 \right)^2 + \hat{Q}_x^2 \hat{Q}_z^2 + \hat{Q}_y^2 \hat{Q}_z^2 \right)$$

$$= F(\mathbf{Q})^2 e^{-2W} N \frac{S(S+1)}{3} \left( \left( 1 - \hat{Q}_z^2 \right)^2 + \left( 1 - \hat{Q}_z^2 \right) \hat{Q}_z^2 \right)$$

$$= F(\mathbf{Q})^2 e^{-2W} N \frac{S(S+1)}{3} \left( 1 - \hat{Q}_z^2 \right)$$

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega_f} \right)_{nsf} = (\gamma r_0)^2 F(\mathbf{Q})^2 e^{-2W} N \frac{S(S+1)}{3} \left( 1 - \hat{Q}_z^2 \right)$$

# Магнитное рассеяние в парамагнетике



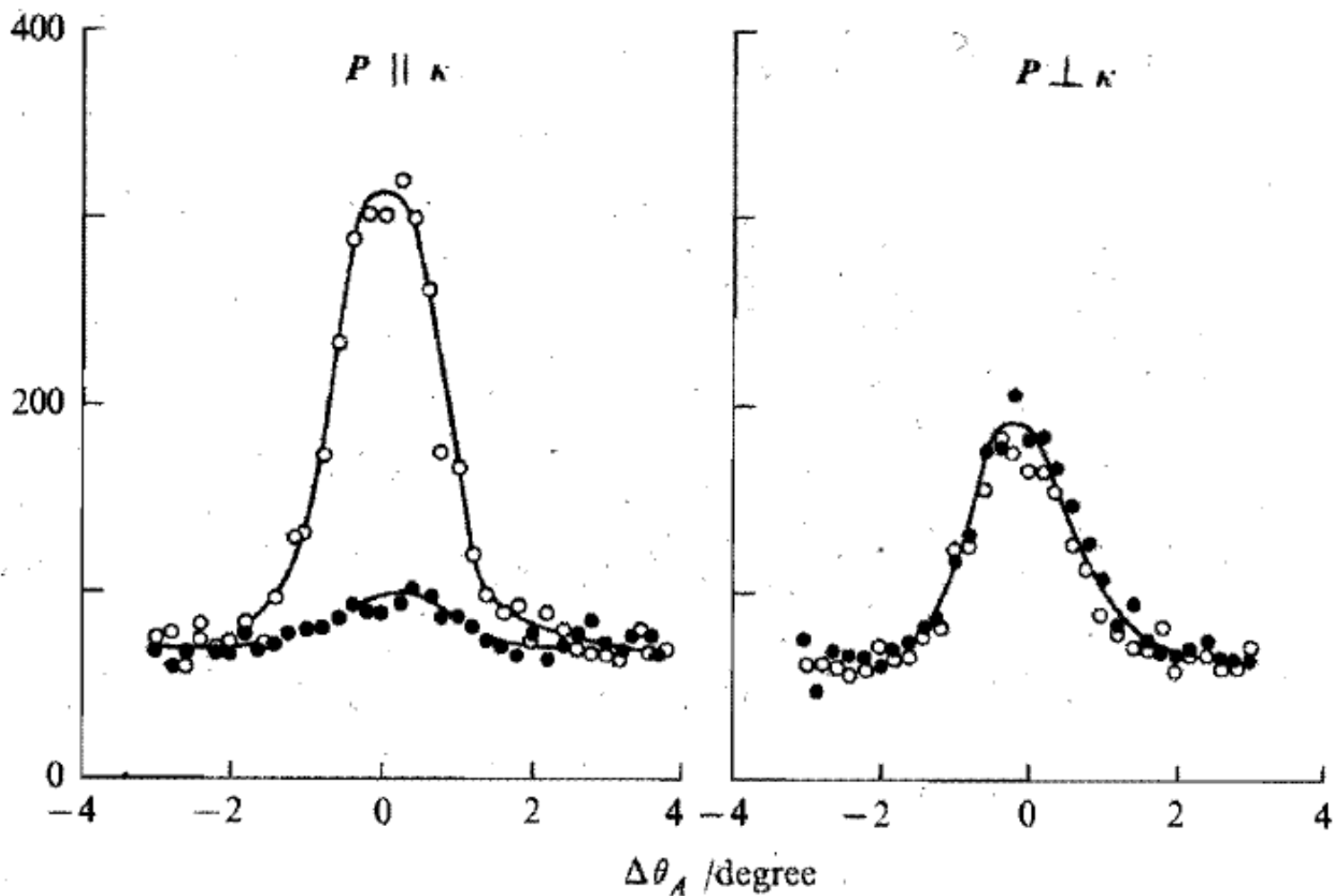
$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega_f} \right)_{sf} = (\gamma r_0)^2 \left\langle \left( Y_{\perp}^x + iY_{\perp}^y \right)^+ \left( Y_{\perp}^x + iY_{\perp}^y \right) \right\rangle$$
$$= (\gamma r_0)^2 \left\langle \left( Y_{\perp}^x \right)^+ Y_{\perp}^x + \left( Y_{\perp}^y \right)^+ Y_{\perp}^y \right\rangle$$

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega_f} \right)_{sf} = (\gamma r_0)^2 F(\mathbf{Q})^2 e^{-2W} N \frac{S(S+1)}{3} (1 + \hat{Q}_z^2)$$

Рассеяние поляризованных нейтронов позволяет отличить парамагнитное рассеяние от других видов диффузного рассеяния. Только парамагнитное и некогерентное ядерное рассеяния дают вклад в сечение с переворотом спина. При этом последнее не зависит от направления поляризации.

# Магнитное рассеяние в парамагнетике

$\text{MnF}_2$



# Эффективная длина когерентного рассеяния

$$\left( \frac{d^2 \sigma}{dE_f d\Omega_f} \right)_{\sigma_i \alpha \rightarrow \sigma_f \beta} = \frac{k_f}{k_i} \left| \sum_j \left\langle \beta \sigma_f \left| \hat{b}_j e^{i\mathbf{Q}\mathbf{R}_j} \right| \alpha \sigma_i \right\rangle \right|^2 \delta(E_\alpha - E_\beta + \hbar\omega)$$

$$\left( \frac{d^2 \sigma}{dE_f d\Omega_f} \right)_{\sigma_i \alpha \rightarrow \sigma_f \beta} = (\gamma r_0)^2 \frac{k_f}{k_i} \left| \left\langle \beta \sigma_f \left| \boldsymbol{\sigma} \mathbf{Y}_\perp \right| \alpha \sigma_i \right\rangle \right|^2 \delta(E_\alpha - E_\beta + \hbar\omega)$$

$$\hat{b}_j = A_j + B_j (\mathbf{I}_j \boldsymbol{\sigma})$$

$$\gamma r_0 \mathbf{Y}_\perp = \gamma r_0 F(\mathbf{Q}) \sum_j e^{i\mathbf{Q}\mathbf{R}_j} \left[ \hat{\mathbf{Q}} \times [\mathbf{S}_j \times \hat{\mathbf{Q}}] \right]$$

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} b \delta(\mathbf{r})$$

$$V_m \sim -\boldsymbol{\sigma} \mathbf{Y}_\perp$$

# Эффективная длина когерентного рассеяния ядерное + магнитное

$$\left( \frac{d^2 \sigma}{dE_f d\Omega_f} \right)_{\sigma_i \alpha \rightarrow \sigma_f \beta} = \frac{k_f}{k_i} \left| \sum_j \left\langle \beta \sigma_f \left| T_j e^{i\mathbf{Q}\mathbf{R}_j} \right| \alpha \sigma_i \right\rangle \right|^2 \delta(E_\alpha - E_\beta + \hbar\omega)$$

$$T_j = A_j + \boldsymbol{\sigma} (B_j \mathbf{I}_j - \mathbf{C}_j) \quad \mathbf{C}_j = \gamma r_0 F(\mathbf{Q}) \left[ \hat{\mathbf{Q}} \times [\mathbf{S}_j \times \hat{\mathbf{Q}}] \right]$$

$$\hat{b} = A + B \mathbf{I} \boldsymbol{\sigma}$$

$$\left. \begin{aligned} \langle \uparrow | \hat{b} | \uparrow \rangle &= A + B I_z \\ \langle \downarrow | \hat{b} | \downarrow \rangle &= A - B I_z \\ \langle \uparrow | \hat{b} | \downarrow \rangle &= B I^- \\ \langle \downarrow | \hat{b} | \uparrow \rangle &= B I^+ \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$T_j = A_j + \boldsymbol{\sigma} (B_j \mathbf{I}_j - \mathbf{C}_j)$$

$$\left. \begin{aligned} \langle \uparrow | T_j | \uparrow \rangle &= \bar{b} - C_j^z \\ \langle \downarrow | T_j | \downarrow \rangle &= \bar{b} + C_j^z \\ \langle \uparrow | T_j | \downarrow \rangle &= -(C_j^x - i C_j^y) \\ \langle \downarrow | T_j | \uparrow \rangle &= -(C_j^x + i C_j^y) \end{aligned} \right\}$$

$$\bar{b} = \langle A \rangle_{iso}$$



# Брэгговское рассеяние в ферромагнетике

$$\mathbf{P} \parallel \mathbf{M} = \langle \mathbf{S} \rangle \quad \mathbf{C}_j = \mathbf{C} = \gamma r_0 F(\mathbf{Q}) \left[ \hat{\mathbf{Q}} \times \left[ \langle \mathbf{S} \rangle \times \hat{\mathbf{Q}} \right] \right]$$

$\mathbf{P} \perp \mathbf{Q}$

$$\mathbf{C} = \gamma r_0 F(\mathbf{Q}) \langle \mathbf{S} \rangle$$

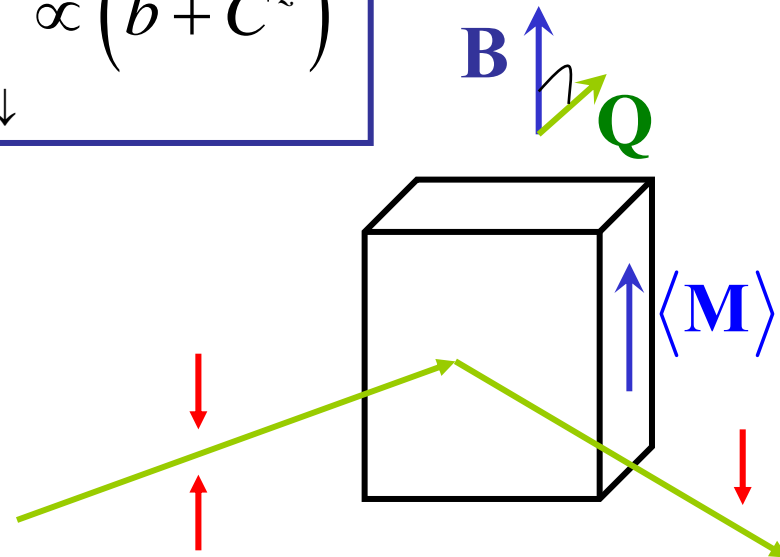
$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega_f} \right)_{\uparrow \rightarrow \uparrow} \propto (\bar{b} - C^z)^2 \quad \left( \frac{d\sigma}{d\Omega_f} \right)_{\downarrow \rightarrow \downarrow} \propto (\bar{b} + C^z)^2$$

применение:

$$\bar{b} = C^z = \gamma r_0 F(\mathbf{Q}) \langle S \rangle$$

рефлекс (1,1,1)

в сплаве 92% Co, 8% Fe



# Измерение спиновой плотности

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega_f} \right)_{\uparrow \rightarrow \uparrow} \propto (\bar{b} - C^z)^2 = (\bar{b})^2 + (C^z)^2 - 2\bar{b}C^z$$
$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega_f} \right)_{\downarrow \rightarrow \downarrow} \propto (\bar{b} + C^z)^2 = (\bar{b})^2 + (C^z)^2 + 2\bar{b}C^z$$

ядерно-магнитная интерференция

$$F(\mathbf{Q}) = \int \boldsymbol{s}(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{Q}\mathbf{r}} d\mathbf{r} \quad \boldsymbol{s}(\mathbf{r}) = \frac{1}{V_0} \sum_{\boldsymbol{\tau}} F(\boldsymbol{\tau}) e^{-i\boldsymbol{\tau}\cdot\mathbf{r}}$$

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega_f} \right) \propto (\bar{b} - C^z)^2 + (\bar{b} + C^z)^2 \propto (\bar{b})^2 + (C^z)^2 \quad \frac{(C^z)^2}{(\bar{b})^2} = r^2 \ll 1$$

$$R = \frac{(\bar{b} - C^z)^2}{(\bar{b} + C^z)^2} = \frac{(1-r)^2}{(1+r)^2} \approx 1 - 4r$$

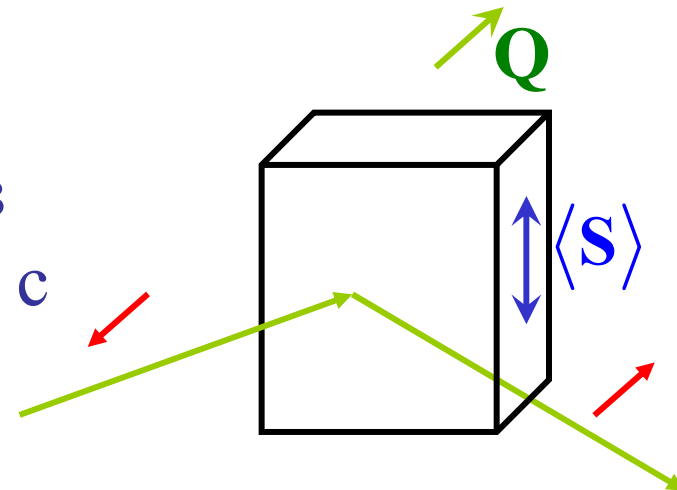
# Брэгговское рассеяние в (анти)ферромагнетике

$\mathbf{P} \parallel \mathbf{Q}$

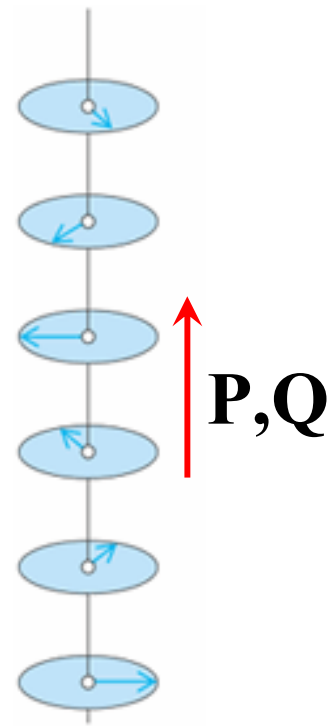
$$\text{FM: } \mathbf{P} \parallel \mathbf{M} = \langle \mathbf{S} \rangle \quad \mathbf{C}_j = \mathbf{C} = \gamma r_0 F(\mathbf{Q}) \left[ \hat{\mathbf{Q}} \times \left[ \langle \mathbf{S} \rangle \times \hat{\mathbf{Q}} \right] \right] = 0$$

$$\text{AF: } \mathbf{C}_j = \gamma r_0 F(\mathbf{Q}) \left[ \hat{\mathbf{Q}} \times \left[ \langle \mathbf{S}_j \rangle \times \hat{\mathbf{Q}} \right] \right] \perp \mathbf{P} \quad \Rightarrow \quad C_j^z = 0$$

Способ разделить в «сложных» антиферромагнетике вклады в брэгговский пик от ядерного (он без переворота спина) и магнитного (он с переворотом спина) рассеяний



# Брэгговское рассеяние в спиральной магнетике



$$\langle S_l^x \rangle = \langle S \rangle \cos(\mathbf{q}\mathbf{R}_l)$$

$$C_l^x = C \cos(\mathbf{q}\mathbf{R}_l)$$

$$\langle S_l^y \rangle = \langle S \rangle \sin(\mathbf{q}\mathbf{R}_l)$$

$$C_l^y = C \sin(\mathbf{q}\mathbf{R}_l)$$

$$C = \gamma r_0 F(\mathbf{Q}) \langle S \rangle$$

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega_f} \right)_{\uparrow \rightarrow \downarrow} \propto \sum_{l'} e^{i\mathbf{Q}(\mathbf{R}_l - \mathbf{R}_{l'})} (C_{l'}^x - iC_{l'}^y)(C_l^x + iC_l^y) = C^2 \sum_{l'} e^{i(\mathbf{Q} + \mathbf{q})(\mathbf{R}_l - \mathbf{R}_{l'})}$$

$$= NC^2 \frac{(2\pi)^3}{V_0} N \sum_{\tau} \delta(\mathbf{Q} + \mathbf{q} - \tau)$$

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega_f} \right)_{\downarrow \rightarrow \uparrow} \propto NC^2 \frac{(2\pi)^3}{V_0} N \sum_{\tau} \delta(\mathbf{Q} - \mathbf{q} - \tau)$$